

ОБОБЩАЮЩЕЕ ПОВТОРЕНИЕ

Типовой расчет для учащихся 9-го класса
Инженерного лицея НГТУ

УДК 512(07)
О-21

Составители:

*А.Г. Калашикова, Т.М. Долгих, Т.А. Козлова,
Е.В. Подолян, Т.В. Яруткина*

Рецензенты:

*О.В. Медведева, ст. преп.,
Л.А. Пирожкова, учитель высшей категории*

Работа подготовлена на кафедре математики
Инженерного лицея НГТУ

© Новосибирский государственный
технический университет, 2010

Введение

Цель предложенной работы – обобщение теоретических знаний и практических умений учащихся 9-х классов по курсу алгебры. Типовой расчет рекомендуется для самостоятельной домашней работы в качестве индивидуального задания, а также может быть использован для обобщающего повторения при подготовке к ГИА.

При выполнении заданий целесообразно повторить теоретический материал. Для успешного выполнения задания учащиеся должны владеть следующими умениями:

- выполнять преобразования выражений, содержащих степени с целыми положительными и отрицательными показателями, радикалы, формулы сокращенного умножения;
- решать линейные, дробно-рациональные, квадратные уравнения и неравенства, применять теорему Виета;
- исследовать функции и строить их графики;
- составлять уравнения по условию задачи, решать задачи на движение, совместную работу, нахождение числа с помощью процентов.

ВАРИАНТ 1

1. Упростите выражение:

$$\frac{a-3}{4a^2+24a+36} : \left(\frac{a}{3a-9} - \frac{3}{a^2+3a} + \frac{a^2+9}{27-3a^2} \right).$$

2. Вычислите, не применяя калькулятора,

$$-0,5^2 : 0,5^3 - \sqrt[3]{27} + 4^4 \cdot 4^{-2} - 0,2^0.$$

3. Упростите выражение:

$$\frac{\sqrt{3-2\sqrt{3}} + \sqrt{4-2\sqrt{3}}}{\sqrt{\sqrt{3}-1} \cdot \sqrt{\sqrt{3}+1}}.$$

4. Сократите дробь:

$$\frac{16a^2 - 8a + 1}{1 - 4a + x - 4ax}.$$

5. Решите уравнение:

$$\frac{5(x-1)}{x^2-2x} - \frac{3x+6}{x^2-4} = 0.$$

6. Найдите отрицательные значения параметра a , при которых уравнение

$$\frac{x^2}{2} + ax + \frac{1}{2} = 0$$

имеет равные корни. Приведите пример такого уравнения и решите его.

7. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - y & x^2 - y^2 = 45, \\ x + y = 5. \end{cases}$$

8. Решите неравенство:

$$\frac{x^2(x^2 - 4x - 5)(x + 3)}{x + 1} \geq 0.$$

9. Укажите все целые числа, которые не принадлежат области определения функции

$$y = \sqrt{x^2 - 9} + \sqrt{x^2 - 2x - 8}.$$

10. Постройте график функции $y = \frac{x+1}{x-2}$ и опишите все ее свойства.

11. С аэродрома в пункт назначения, удаленный на расстояние 1600 км, вылетают одновременно два самолета. Скорость первого из них на 80 км/ч больше скорости второго, а потому он прилетает к месту назначения на 1 ч раньше второго. Найдите скорость каждого самолета.

12. За стиральную машину и ее установку заплатили 7840 рублей. Стоимость установки составляет 12% от стоимости машины. Найдите стоимость стиральной машины.

ВАРИАНТ 2

1. Упростите выражение:

$$\left(\frac{x}{4x+16} - \frac{x^2+16}{4x^2-64} - \frac{4}{x^2-4x} \right) \frac{3x^2-24x+48}{x+4}.$$

2. Вычислите, не применяя калькулятора,

$$\left(-\frac{1}{2}\right) - 0,5^3 - \sqrt[4]{81} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-4} \cdot 16^{-2} + 2^3.$$

3. Упростите выражение:

$$\frac{\sqrt{\sqrt{2}+1} \cdot \sqrt{\sqrt{2}-1}}{\sqrt{3\sqrt{2}-4}^2 + \sqrt{3\sqrt{2}-5}^2}.$$

4. Сократите дробь:

$$\frac{13x-12y+9-4xy}{16y^2-24y+9}.$$

5. Решите уравнение:

$$\frac{2x-12}{x^2-9} - \frac{3}{x-3} - \frac{3}{2x^2+6x} = 0.$$

6. Найдите значения k , при которых уравнение

$$2x^2 + 2kx + 7k - 12 = 0$$

имеет два действительных различных корня. Приведите пример такого уравнения и решите его.

7. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 13, \\ x^4 - y^4 = 65. \end{cases}$$

8. Решите неравенство:

$$\frac{x(x-1)^2(x^2-x-6)}{x+2} \leq 0.$$

9. Укажите все целые числа, которые принадлежат области определения функции

$$y = \sqrt{x^2 - x - 6} + \sqrt{x^2 - 16}.$$

10. Постройте график функции $y = \frac{x+1}{x-2}$ и опишите ее свойства.

11. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 18 км, выехали одновременно два велосипедиста. Первый из них прибыл в пункт В на 12 мин раньше второго, так как его скорость была на 3 км/ч больше скорости второго. Найдите скорость первого велосипедиста.

12. В школьной библиотеке 1400 книг, 15 % которых составляет художественная литература, а остальные – учебники. Определите количество учебников в библиотеке.

ВАРИАНТ 3

1. Упростите выражение:

$$\left(\frac{2a}{a-7} + \frac{7a}{a^2-14a+49} \right) : \frac{2a-7}{a^2-49} - \frac{7}{a-7} \cdot \frac{a+7}{a-7}.$$

2. Вычислите, не применяя калькулятора,

$$0,2^{-3} \cdot 25^{-2} + 0,25^{-1} \cdot 5^{-1} - -6^0 \cdot 81^{-2} \cdot 27^3.$$

3. Упростите выражение:

$$\frac{\sqrt{2+3\sqrt{5}^2} + \sqrt{3\sqrt{5}-10^2}}{\sqrt{\sqrt{7}-1} \cdot \sqrt{\sqrt{7}+1}}.$$

4. Сократите дробь:

$$\frac{4a^2+12a+9}{2a+3-2ax-3x}.$$

5. Решите уравнение:

$$\frac{4(x+2)}{x^2-3x} - \frac{5x+15}{x^2-9} = 0.$$

6. Найдите положительные значения параметра a , при которых уравнение

$$\frac{x^2}{2} + ax + 2 = 0$$

имеет равные корни. Приведите пример такого уравнения и решите его.

7. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 72, \\ x^2 - xy + y^2 = 12. \end{cases}$$

8. Решите неравенство:

$$\frac{x-1}{x^2} - \frac{x+2}{x^2} + \frac{x^2+2x}{x^2} \leq 0.$$

9. Укажите все целые числа, которые не принадлежат области определения функции

$$y = \sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{x^2 + 2x - 3}.$$

10. Постройте график функции $y = \frac{x-2}{x+3}$ и опишите все ее свойства.

11. Два велосипедиста одновременно выехали из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 45 км. Скорость первого велосипедиста на 3 км/ч больше скорости второго, поэтому первый прибыл в пункт В на 30 мин. раньше второго. Найдите скорость каждого велосипедиста.

12. Вес масла составляет 5 % от веса молока. Сколько надо взять молока, чтобы получить 7 кг масла?

ВАРИАНТ 4

1. Упростите выражение:

$$\left(\frac{5a}{a+1} - \frac{3a}{a^2+2a+1} \right) : \frac{5a+2}{a^2-1} - \frac{a-1}{a+1}.$$

2. Вычислите, не применяя калькулятора,

$$\left(3^{-5} \cdot 27^2 \cdot 9^{-1} + 10 \cdot (0.2)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{5} \right)^2 \right) \cdot \sqrt[4]{81}.$$

3. Упростите выражение:

$$\frac{\sqrt{4+2\sqrt{3}}^2 + \sqrt{2\sqrt{3}-11}}{\sqrt{\sqrt{6}-1} \cdot \sqrt{\sqrt{6}+1}}.$$

4. Сократите дробь:

$$\frac{9-6a+a^2}{6x-2ax+15-5a}.$$

5. Решите уравнение:

$$\frac{3(x-1)}{x^2-4x} + \frac{2x+8}{x^2-16} = 0.$$

6. Найдите отрицательные значения параметра a , при которых уравнение

$$\frac{x^2}{2} + ax + \frac{9}{2} = 0$$

имеет равные корни. Приведите пример такого уравнения и решите его.

7. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} (x+y)(x-y) = 0, \\ 2x - y = 1. \end{cases}$$

8. Решите неравенство:

$$\frac{x+2}{x-4} - \frac{x-3}{(x-4)^2} - \frac{x^2+x+8}{(x-4)^2} \geq 0.$$

9. Укажите все целые числа, которые не принадлежат области определения функции

$$y = \sqrt{x^2 - 16} + \sqrt{x^2 + x - 6}.$$

10. Постройте график функции $y = \frac{x+3}{x+2}$ и опишите все ее свойства.

11. Велосипедист выехал из пункта А. Когда он был на расстоянии 200 м от него, за ним вдогонку отправился мотоциклист. Скорость мотоциклиста в 2 раза больше скорости велосипедиста. На каком расстоянии от пункта А мотоциклист догонит велосипедиста?

12. Первое число составляет 80 % второго. Найдите второе число, если первое число 160.

ВАРИАНТ 5

1. Упростите выражение:

$$\left(\frac{3a}{a+6} - \frac{2a}{a^2+12a+36} \right) : \frac{3a+16}{a^2-36} + \frac{6(a-6)}{a+6}.$$

2. Вычислите, не применяя калькулятора,

$$\left((-1,4)^3 \cdot \left(3\frac{4}{7} \right)^3 + \left(\frac{1}{5} \right)^{-2} \cdot 4^2 \right) : 17^0 + 3 \cdot \sqrt{4^3}.$$

3. Упростите выражение:

$$\frac{\sqrt{1-3\sqrt{2}^2} + \sqrt{20-3\sqrt{2}^2}}{\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\sqrt{5}+\sqrt{2}}}.$$

4. Сократите дробь:

$$\frac{16a^2 - 8a + 1}{12a - 3 + 4ax - x}.$$

5. Решите уравнение:

$$\frac{3(x-2)}{x^2+x} - \frac{4x-4}{x^2-1} = 0.$$

6. Найдите положительные значения параметра a , при которых уравнение

$$\frac{x^2}{2} + ax + 8 = 0$$

имеет равные корни. Приведите пример такого уравнения и решите его.

7. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 35, \\ x + y = 5. \end{cases}$$

8. Решите неравенство:

$$\frac{(x+7)(x-4)(x^2-x-6)}{(x+1)^2} \leq 0.$$

9. Укажите все целые числа, которые не принадлежат области определения функции

$$y = \sqrt{x^2 - 9} + \sqrt{x^2 + 4x - 5}.$$

10. Постройте график функции $y = \frac{x+2}{x-1}$ и опишите все ее свойства.

11. Океанский лайнер отправился в рейс. Когда он отошел от берега на 180 миль, за ним вылетел самолет с экстренной почтой. Скорость самолета в 10 раз больше скорости лайнера. На каком расстоянии от берега самолет догонит лайнер?

12. Сколько воды нужно выпарить из 500 кг целлюлозной массы, содержащей 85% воды, чтобы получить сухую целлюлозу?

ВАРИАНТ 6

1. Упростите выражение:

$$\left(\frac{5m}{m+3} - \frac{14m}{m^2+6m+9} \right) : \frac{5m+1}{m^2-9} + \frac{3(m-3)}{m+3}.$$

2. Вычислите, не применяя калькулятора,

$$4^{-4} \cdot 64^3 \cdot \sqrt{4^{-8}} - 40 \cdot (0,3)^{-1} \cdot \left(3\frac{1}{3} \right)^{-2}.$$

3. Упростите выражение:

$$\frac{\sqrt{4\sqrt{2}-30}^2 + \sqrt{3+4\sqrt{2}}^2}{\sqrt{\sqrt{15}-2} \cdot \sqrt{\sqrt{15}+2}}.$$

4. Сократите дробь:

$$\frac{9a^2+12a+4}{6a+4-3ax-2x}.$$

5. Решите уравнение:

$$\frac{2(x+6)}{x^2-3x} - \frac{4x+12}{x^2-9} = 0.$$

6. Найдите отрицательные значения параметра a , при которых уравнение

$$\frac{x^2}{2} + ax + 12,5 = 0$$

имеет равные корни. Приведите пример такого уравнения и решите его.

7. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 133, \\ x - y = 7. \end{cases}$$

8. Решите неравенство:

$$\frac{x^2 - x - 2 (x+1)(x-5)}{x-2} \leq 0.$$

9. Укажите все целые числа, которые не принадлежат области определения функции

$$y = \sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{x^2 + 4x - 5}.$$

10. Постройте график функции $y = \frac{x+3}{x-2}$ и опишите все ее свойства.

11. С туристической базы вышел пешеход, его скорость 4 км/ч. Через 4,5 часа по той же дороге выехал автомобиль со скоростью 76 км/ч. На каком расстоянии от базы автомобиль догонит пешехода?

12. В двух бидонах находится 70 л молока. Сколько литров молока в первом бидоне, если оно составляет 40 % от всего молока?

ВАРИАНТ 7

1. Упростите выражение:

$$\left(\frac{a+1}{1-a} - \frac{1-a}{1+a} + \frac{4a^2}{a^2-1} \right) : 2 \left(\frac{1}{a^3+a^2} - \frac{1-a}{a^2} - 1 \right).$$

2. Вычислите, не применяя калькулятора,

$$128 \cdot 8^{-1} \cdot \sqrt[3]{3^{18}} + 6^8 : \left(4^2 \cdot 9^3 \cdot \left(\frac{1}{5} \right)^{-1} \right) : \left(\frac{1}{29} \right)^{-1}.$$

3. Упростите выражение:

$$\frac{\sqrt{2\sqrt{2}+3}^2 + \sqrt{2\sqrt{2}-6}^2}{\sqrt{\sqrt{7}-2} \cdot \sqrt{\sqrt{7}+2}}.$$

4. Сократите дробь:

$$\frac{25 - 20a + 4a^2}{5x - 2ax + 15 - 6a}.$$

5. Решите уравнение:

$$\frac{5x-3}{x^2+2x} - \frac{3x-6}{x^2-4} = 0.$$

6. Найдите положительные значения параметра a , при которых уравнение

$$\frac{x^2}{2} + ax + 18 = 0$$

имеет равные корни. Приведите пример такого уравнения и решите его.

7. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 218, \\ x^2 + xy + y^2 = 109. \end{cases}$$

8. Решите неравенство:

$$\frac{x^2 - 2x - 8}{x + 2} \cdot \frac{x - 4}{x + 8} \geq 0$$

9. Укажите все целые числа, которые не принадлежат области определения функции

$$y = \sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{x^2 - x - 2}.$$

10. Постройте график функции $y = \frac{x - 2}{x + 1}$ и опишите все ее свойства.

11. Легковой и грузовой автомобили проезжают расстояние между двумя сельскими пунктами соответственно за 3 и 5 ч. Определить их скорости, если скорость легкового автомобиля на 20 км/ч больше скорости грузового.

12. Собрали 120 кг ягод. После сортировки 60 % ягод отправили в магазин на продажу. Сколько килограммов ягод отправили в магазин?

ВАРИАНТ 8

1. Упростите выражение:

$$\left(\frac{3}{9-m^2} + \frac{1}{m-3} \right) : \frac{m}{m^2-6m+9} + \frac{m^3-1}{m^2+m+1} \cdot \frac{1}{m+3}.$$

2. Вычислите, не применяя калькулятора,

$$\left(2^{-4} \cdot 16^2 \cdot 8^{-1} - 0.6^2 : \left(1\frac{2}{3} \right)^{-2} \right) : 15 - 0,15^0 - \sqrt{169}.$$

3. Упростите выражение:

$$\frac{\sqrt{5\sqrt{2}-2}^2 + \sqrt{5\sqrt{2}-20}^2}{\sqrt{\sqrt{10}-2} \cdot \sqrt{\sqrt{10}+2}}.$$

4. Сократите дробь:

$$\frac{16+24a+9a^2}{4x+3ax-8-6a}.$$

5. Решите уравнение:

$$\frac{4x+7}{x^2-2x} - \frac{3x+6}{x^2-4} = 0.$$

6. Найдите отрицательные значения параметра a , при которых уравнение

$$\frac{x^2}{2} + ax + 24,5 = 0$$

имеет равные корни. Приведите пример такого уравнения и решите его.

7. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 9, \\ x + y = 3. \end{cases}$$

8. Решите неравенство:

$$\frac{x-6}{x+2} \cdot \frac{x+2}{x-1} \cdot \frac{x^2-6x+9}{x} \leq 0.$$

9. Укажите все целые числа, которые не принадлежат области определения функции

$$y = \sqrt{x^2 - 9} + \sqrt{x^2 - 2x - 3}.$$

10. Постройте график функции $y = \frac{x+4}{x+2}$ и опишите все ее свойства.

11. Расстояние между городами 200 км. Мотоциклист проезжает это расстояние на 5 ч быстрее велосипедиста. Найдите их скорости, если скорость велосипедиста на 20 км/ч меньше скорости мотоциклиста.

12. Свежие грибы содержат по весу 90 % воды. Сколько получится сухих грибов из 22 кг свежих?

ВАРИАНТ 9

1. Упростите выражение:

$$\left(\frac{4}{m^2 - 4} + \frac{1}{2 - m} \right) \cdot \frac{m^2 + 4m + 4}{3} \cdot \frac{m^2 - m + 1}{m^3 + 1}.$$

2. Вычислите, не применяя калькулятора,

$$\left(2^{-3} + \left(81^{\frac{1}{2}} \right)^3 \cdot \left(\frac{1}{9} \right)^{-3} \right) : \left(125^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{1}{5} \right)^{-2} + \sqrt{3}^0 \cdot 0,5^{-2} \right).$$

3. Упростите выражение:

$$\frac{\sqrt{6\sqrt{2}-3}^2 + \sqrt{6\sqrt{2}-15}^2}{\sqrt{\sqrt{7}-2} \cdot \sqrt{\sqrt{7}+2}}.$$

4. Сократите дробь:

$$\frac{25a^2 - 10a + 1}{10ax - 2x + 5a - 1}.$$

5. Решите уравнение:

$$\frac{2x - 11}{x^2 + 3x} + \frac{5x - 15}{x^2 - 9} = 0.$$

6. Найдите положительные значения параметра a , при которых уравнение

$$\frac{x^2}{2} + ax + 32 = 0$$

имеет равные корни. Приведите пример такого уравнения и решите его.

7. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = -217, \\ x + y = -7. \end{cases}$$

8. Решите неравенство:

$$\frac{x^2 + x - 2}{x + 4} \cdot \frac{x - 3}{x - 5} \geq 0.$$

9. Укажите все целые числа, которые не принадлежат области определения функции

$$y = \sqrt{x^2 - \frac{1}{9}} + \sqrt{x^2 + 2x - 3}.$$

10. Постройте график функции $y = \frac{x+2}{x+4}$ и опишите все ее свойства.

11. От пристани отправился по течению реки плот. Через 5 ч 20 мин вслед за плотом с той же пристани отправилась моторная лодка, которая догнала плот, пройдя 20 км. Какова скорость плота, если скорость моторной лодки на 12 км/ч больше скорости плота?

12. Цена товара увеличилась на 20 %, и он стал стоить 3600 р. Какова была первоначальная цена товара?

ВАРИАНТ 10

1. Упростите выражение:

$$\left(m - \frac{1}{1-m}\right) \cdot \frac{m^2 - 2m + 1}{m^2 - m - 1} + \frac{m^2 - 9}{m + 3}.$$

2. Вычислите, не применяя калькулятора,

$$\left(\left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{-3} \cdot 2^4\right) : \left(\left(\frac{8}{3}\right)^0 + \sqrt{2^{-4}} - 5 \cdot 10^{-1}\right).$$

3. Упростите выражение:

$$\frac{\sqrt{2\sqrt{3}-2}^2 + \sqrt{2\sqrt{3}-9}^2}{\sqrt{\sqrt{5}+2} \cdot \sqrt{\sqrt{5}-2}}.$$

4. Сократите дробь:

$$\frac{9 - 12a + 4a^2}{15 - 10a + 3x - 2ax}.$$

5. Решите уравнение:

$$\frac{3x-1}{x^2+4x} + \frac{2x-8}{x^2-16} = 0.$$

6. Найдите отрицательные значения параметра a , при которых уравнение

$$\frac{x^2}{2} + ax + \frac{81}{2} = 0$$

имеет равные корни. Приведите пример такого уравнения и решите его.

7. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 7, \\ x + y = 1. \end{cases}$$

8. Решите неравенство:

$$\frac{x+5}{x-3} \cdot \frac{x^2+2x-15}{x-3} \cdot \frac{x-7}{x-3} \leq 0.$$

9. Укажите все целые числа, которые не принадлежат области определения функции

$$y = \sqrt{x^2 - \frac{1}{4}} + \sqrt{x^2 - x - 6}.$$

10. Постройте график функции $y = \frac{x-3}{x-1}$ и опишите все ее свойства.

11. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 18 км, одновременно выехали два велосипедиста. Первый прибыл в пункт В на 12 мин раньше второго, так как скорость первого велосипедиста была на 3 км/ч больше скорости второго. Найдите скорость первого велосипедиста.

12. На изготовление свитера и шапки ушло 480 г шерсти. На шапку ушло 25 % шерсти. Сколько граммов шерсти ушло на шапку?

ВАРИАНТ 11

1. Упростите выражение:

$$\frac{c+40}{c^3-16c} : \left(\frac{c-4}{3c^2+11c-4} - \frac{16}{16-c^2} \right).$$

2. Вычислите, не применяя калькулятора,

$$\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{5}\right)^{-2}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} + 4^0} \cdot \left(1\frac{2}{3}\right)^{-1} - 2 \cdot 10^{-1}.$$

3. Упростите выражение:

$$\frac{\sqrt{108}}{\sqrt{\sqrt{15}+3}^2 \cdot \sqrt{3-\sqrt{15}}^2}.$$

4. Сократите дробь:

$$\frac{an+2a-cn-2c}{2a-2c+2cn-2an}.$$

5. Решите уравнение:

$$\frac{4}{x^2-4} = \frac{1}{x-2} + \frac{2}{2x+2}.$$

6. Найдите значения m , при которых разность квадратов корней уравнения $x^2 + 3x + m = 0$ равна 30.

7. Решите графически и аналитически систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ x^2 - y = 5. \end{cases}$$

8. Решите неравенство:

$$\frac{x^2 + 2x - 3 \quad x^2 - 2x - 8}{x^2 + x - 2} \leq 0.$$

9. Найдите область определения функции

$$y = \sqrt{4 - \frac{x^2}{9}} + \sqrt{x^2 - 4}.$$

10. Постройте график функции $y = \frac{x^2 - 25}{x + 5}$ и опишите ее свойства.

11. Теплоход проплыл 54 км по течению и 42 км против течения, затратив на весь путь 4 ч. Найдите скорость теплохода в стоячей воде, если скорость течения 3 км/ч.

12. Автомобиль выехал из одного города в другой. В первый час он проехал 68 км, или 40 % всего расстояния между городами, а во второй час – 72 км. Сколько километров ему осталось проехать?

ВАРИАНТ 12

1. Упростите выражение:

$$\frac{x-4}{x^2-x} : \left(\frac{x-1}{2x^2+3x+1} - \frac{1}{x^2-1} \right).$$

2. Вычислите, не применяя калькулятора,

$$\frac{3^{-1} - \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}{2 - \left(\frac{4}{3}\right)^{-2}} \cdot \left(5^0 - \frac{1}{6}\right)^{-1} + 2 \cdot 10^{-1}.$$

3. Упростите выражение:

$$\frac{13\sqrt{\sqrt{11}-7} \cdot \sqrt{\sqrt{11}+7}}{\sqrt{1444}}.$$

4. Сократите дробь:

$$\frac{3a^3 + ab^2 - 6a^2b - 2b^3}{9a^5 - ab^4 - 18a^4b + 2b^5}.$$

5. Решите уравнение:

$$\frac{2}{x^2-4} - \frac{1}{x^2-2x} + \frac{x-4}{x^2+2x} = 0.$$

6. В уравнении $x^2 - (k+1)x + 5 = 0$ определите значения $k < 0$, при которых корни уравнения x_1 и x_2 удовлетворяют уравнению $2x_1 - x_2 = 3$.

7. Решите графически и аналитически систему уравнений:

$$\begin{cases} xy + 2 = 0, \\ y = x^2 + 1. \end{cases}$$

8. Решите неравенство:

$$\frac{x^2 + 7x + 12}{x^2 - 5x - 36} - \frac{x^2 - 3x - 54}{x - 5} \geq 0.$$

9. Найдите область определения функции $y = \sqrt{1 - \frac{x^2}{25}} + \sqrt{x^2 - 9}$.

10. Постройте график функции $y = \frac{16 - x^2}{x - 4}$ и опишите ее свойства.

11. Яхта проплыла по течению реки 9 км и такой же путь – против течения. Путь по течению занял на 3 ч меньше, чем путь против течения. Найдите скорость яхты в стоячей воде, если скорость течения реки 2 км/ч.

12. Автомобиль отправился из одного города в другой. До обеда он проехал 28 % всего пути, днем – в 2 раза больше, а вечером – оставшиеся 32 км. Определите весь путь между городами.

ВАРИАНТ 13

1. Упростите выражение:

$$\frac{7-11n}{n^3-9n} \cdot \left(\frac{2n+6}{9-n^2} - \frac{n+3}{5n^2+13n-6} \right).$$

2. Вычислите, не применяя калькулятора,

$$\frac{0,1^{-1} - (0,4)^0}{2\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} + \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}}.$$

3. Упростите выражение:

$$\frac{\sqrt{2+\sqrt{11}^2} \cdot \sqrt{2-\sqrt{11}^2}}{\sqrt{98}}.$$

4. Сократите дробь:

$$\frac{a^2 + ac - ab - bc}{2ac - a - 2bc + b}.$$

5. Решите уравнение:

$$\frac{14}{2x^2-7x} + \frac{4}{7-2x} = 2.$$

6. Найдите значения k , при которых корни x_1 и x_2 уравнения $3x^2 - 5x + k = 0$ удовлетворяют условию $6x_1 + x_2 = 0$.

7. Решите графически и аналитически систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 5, \\ x^2 + y^2 = 13. \end{cases}$$

8. Решите неравенство:

$$\frac{x^2 + x - 2 \quad x^2 - 8x + 15}{x^2 - 3x - 10} \geq 0.$$

9. Найдите область определения функции

$$y = \sqrt{8 + 2x - x^2} + \sqrt{x^2 - 8x + 15}.$$

10. Постройте график функции $y = \frac{x+3}{x^2-9}$ и опишите ее свойства.

11. Расстояние в 210 км катер проходит по течению реки на 4 ч быстрее, чем против течения. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

12. На товар снизили цену сначала на 20 %, а затем – еще на 15 %. Товар стал стоить 23,8 р. Определите первоначальную стоимость товара.

ВАРИАНТ 14

1. Упростите выражение:

$$\left(\frac{10x^2 + 10x}{5x^2 + x - 4} - \frac{25x^2 - 16}{16 - 40x + 25x^2} \right) : \frac{x^2 - 4x + 3}{2x^2 - 6x}.$$

2. Вычислите, не применяя калькулятора,

$$\frac{1^{-1} + 2^{-2}}{\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} + (-4)^{-1} \cdot 5 + 0,5^{-2}}.$$

3. Упростите выражение:

$$\left(\sqrt{3 - 2\sqrt{3}}^2 + \sqrt{7 + \sqrt{3}}^2 \right) \cdot \sqrt{27} - 4.$$

4. Сократите дробь:

$$\frac{ab - a^2 + bm - am}{a - 2bm - 2ab + m}.$$

5. Решите уравнение:

$$\frac{5}{2x^2 - 5x} + \frac{2}{5 - 2x} = 3.$$

6. Найдите значения k , если корни уравнения $x^2 + kx + 24 = 0$ положительны и их разность равна 2.

7. Решите графически и аналитически систему уравнений:

$$\begin{cases} xy = 3, \\ y + 2 = x. \end{cases}$$

8. Решите неравенство:

$$\frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 4x + 3} \leq 0.$$

9. Найдите область определения функции

$$y = \sqrt{x^2 - 8x + 5} + \sqrt{6 + 5x - x^2}.$$

10. Постройте график функции $y = \frac{x+1}{x^2 - x - 2}$ и опишите ее свойства.

11. Расстояние между двумя пунктами по реке равно 2 км. Лодка совершает путь в оба конца за 1,5 ч. Найдите скорость лодки в стоячей воде, если скорость течения реки равна 1 км/ч.

12. Тупой угол разделили на три части. Один из образовавшихся углов составляет 40 % тупого угла, второй составляет 20 % первого угла, а третий равен 78° . Найдите величину тупого угла.

ВАРИАНТ 15

1. Упростите выражение

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2} : \left(\frac{9x^2 - 1}{1 - 6x + 9x^2} + \frac{3x^2 - 12x + 9}{3x^2 - 10x + 3} \right).$$

2. Вычислите, не применяя калькулятора,

$$\frac{\left(\left(\frac{1}{3} \right)^{-1} + 2^{-2} \right)^{-3}}{10^{-1} \cdot -1^{-5}}.$$

3. Упростите выражение:

$$\frac{\sqrt{275}}{\sqrt{\sqrt{10} + 5}^2 \cdot \sqrt{\sqrt{10} - 5}^2}.$$

4. Сократите дробь:

$$\frac{b - 2bc - a + 2ac}{ac - bc - ab + a^2}.$$

5. Решите уравнение:

$$\frac{1}{x-4} + \frac{24}{x^2-16} = \frac{x+1}{x+4}.$$

6. Найдите значения параметра p , при которых корни x_1 и x_2 уравнения $x^2 + px - 16 = 0$ удовлетворяют условию $\frac{x_1}{x_2} = -4$.

7. Решите графически и аналитически систему уравнений:

$$\begin{cases} y + x^2 = 2, \\ y + 6x = 6 + x^2. \end{cases}$$

8. Решите неравенство:

$$\frac{x^2 - 10x + 21}{x^2 - x - 6} \leq 0.$$

9. Найдите область определения функции

$$y = \sqrt{\frac{x+2}{x-1}} + \sqrt{15-x^2+2x}.$$

10. Постройте график функции $y = \frac{x^2 - 3x - 10}{x + 2}$ и опишите ее свойства.

11. Моторная лодка прошла 20 км против течения реки и 14 км по озеру, затратив на путь по озеру на 1 ч меньше, чем на путь по реке. Скорость течения реки равна 4 км/ч. Найдите скорость лодки против течения.

12. Зарплата служащего составляла 2000 р. Затем её повысили на 20 %, а вскоре понизили на 20 %. Определите, какую зарплату стал получать служащий.

ВАРИАНТ 16

1. Упростите выражение:

$$\left(\frac{9x-9}{3x+4} + \frac{(7-2x)^2}{3x^2+x-4} \right) : \frac{5x+20}{3x+4} :$$

2. Вычислите, не применяя калькулятора,

$$\frac{\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} + 3 \cdot 2^{-3}}{-5^{-2} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}}.$$

3. Упростите выражение:

$$\left(\sqrt{2-\sqrt{5}^2} - \sqrt{4-\sqrt{5}^2} \right) \cdot 6 + 2\sqrt{5} .$$

4. Сократите дробь:

$$\frac{bm - am - a^2 + ab}{m - 2ab - 2bm + a}.$$

5. Решите уравнение:

$$\frac{1}{x} - \frac{10}{x^2 - 5x} = \frac{x-3}{5-x}.$$

6. Определите коэффициенты b и c квадратного уравнения $3x^2 - bx - c = 0$, если один из его корней равен $\frac{4}{3}$, а другой равен $-b$.

7. Решите графически и аналитически систему уравнений:

$$\begin{cases} y + 2 = x^2, \\ x^2 + y + 6x + 6 = 0. \end{cases}$$

8. Решите неравенство:

$$\frac{x^2 - x - 12}{x^2 + 4x + 3} \geq 0.$$

9. Найдите область определения функции

$$y = \sqrt{x^2 + x - 12} + \sqrt{\frac{1}{5 - x}}.$$

10. Постройте график функции $y = \frac{4x^2 - 9}{3 - 2x}$ и опишите ее свойства.

11. Моторная лодка против течения прошла 10 км, а по течению 9 км; при этом по течению она шла на 30 мин меньше, чем против течения. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки равна 2 км/ч.

12. Утром было продано 28 % товара, днем – в 2 раза больше, а вечером – оставшиеся 32 кг. Определите, сколько всего килограммов товара было продано.

ВАРИАНТ 17

1. Упростите выражение:

$$\frac{36 - 45x}{x + 7} \cdot \left(\frac{x + 1}{9 \cdot (5x - 4)} - \frac{4}{5x^2 + x - 4} \right).$$

2. Вычислите, не применяя калькулятора,

$$-0,5^2 : 0,5^3 - 27^{\frac{1}{3}} + 4^4 \cdot 4^{-2} - 0,2^0.$$

3. Упростите выражение:

$$\frac{\sqrt{1 - \sqrt{5}^2} \cdot \sqrt{1 + \sqrt{5}^2}}{\sqrt{80}}.$$

4. Сократите дробь:

$$\frac{3a^3 - a^2n + 3ab - bn}{3a^2 - an - bn + 3ab}.$$

5. Решите уравнение:

$$\frac{3}{x + 7} + \frac{70}{x^2 - 49} = \frac{x - 2}{x - 7}.$$

6. Найдите значения c , при которых корни x_1 и x_2 уравнения $x^2 + 11x + c = 0$ удовлетворяют условию $2x_1 - 3x_2 = 3$.

7. Решите графически и аналитически систему уравнений:

$$\begin{cases} y + 1 = |x|, \\ x^2 + y^2 = 5. \end{cases}$$

8. Решите неравенство:

$$\frac{x^2 + x - 12}{x^2 - x - 6} \leq 0.$$

9. Найдите область определения функции

$$y = \sqrt{3 + 2x - x^2} - \sqrt{\frac{x}{x-2}}.$$

10. Постройте график функции $y = \frac{x-3}{x^2-9}$ и опишите ее свойства.

11. Моторная лодка прошла 5 км по течению реки и 6 км против течения, затратив на весь путь 1 час. Скорость течения реки равна 3 км/ч. Найдите скорость лодки по течению.

12. Сумма двух чисел равна 24. Найдите меньшее из них, если 35% одного числа равно 85% другого.

ВАРИАНТ 18

1. Упростите выражение:

$$\left(\frac{9x}{3x^2 + 5x - 2} - \frac{3x - 1}{x^2 - 4} \right) : \frac{12x + 1}{60 - 15x^2}.$$

2. Вычислите, не применяя калькулятора,

$$32^{\frac{1}{5}} + 5^{-2} \cdot 5^4 - 12^0 - 3^{-2} : 3^{-3}.$$

3. Упростите выражение:

$$\frac{\sqrt{2 - \sqrt{5}}^2 + \sqrt{16 - \sqrt{5}}^2}{\sqrt{\sqrt{2} - 3}^2 \cdot \sqrt{\sqrt{2} + 3}^2}.$$

4. Сократите дробь:

$$\frac{n - 2b - an + 2ab}{3an + n^2 - 6ab - 2bn}.$$

5. Решите уравнение:

$$\frac{2}{x} + \frac{9}{x^2 - 3x} = \frac{2x - 3}{x - 3}.$$

6. Сумма кубов корней уравнения $2x^2 - 5x + c = 0$ равна 15. Найдите значения параметра c .

7. Решите графически и аналитически систему уравнений:

$$\begin{cases} y + x^2 = 1 - 2x, \\ xy + 2 = 0. \end{cases}$$

8. Решите неравенство:

$$\frac{x^2 - 3x - 18}{x^2 - 10x + 24} \geq 0.$$

9. Найдите область определения функции:

$$y = \sqrt{x^2 - x} - \sqrt{\frac{2-x}{x+3}}.$$

10. Постройте график функции $y = \frac{x^2 + 2x - 8}{x - 2}$ и опишите ее свойства.

11. Турист проплыл на байдарке 15 км против течения реки и 14 км по течению, затратив на весь путь столько же времени, сколько ему понадобилось бы, чтобы проплыть в стоячей воде 30 км. Зная, что скорость течения реки равна 1 км/ч, найдите скорость байдарки в стоячей воде.

12. За диван и его доставку заплатили 6900 р. Стоимость доставки составляет 15 % от стоимости дивана. Определите, сколько стоит диван.

ВАРИАНТ 19

1. Упростите выражение:

$$\left(\frac{4a^2 - 9}{3 - 2a} - \frac{2a^2 - a - 3}{a + 1} \right) : 8a.$$

2. Вычислите, не применяя калькулятора,

$$4^2 \cdot 4^{-3} - 1,5^0 - 2 : 2^{-2} + 64^{\frac{1}{3}}.$$

3. Упростите выражение:

$$\frac{\sqrt{162}}{\sqrt{2 - \sqrt{7}}^2 \cdot \sqrt{2 + \sqrt{7}}^2}.$$

4. Сократите дробь:

$$\frac{3ab - bn - an + 3a^2}{3ab - a^2n - bn + 3a^3}.$$

5. Решите уравнение:

$$\frac{x}{x-2} - \frac{7}{x+2} = \frac{8}{x^2-4}.$$

6. Найдите значения c , при которых корни x_1 и x_2 уравнения $x^2 - 6x + c = 0$ удовлетворяют условию $3x_1 + 2x_2 = 10$.

7. Решите графически и аналитически систему уравнений:

$$\begin{cases} 2 \cdot |x| = y + 5, \\ x^2 + y^2 = 25. \end{cases}$$

8. Решите неравенство:

$$\frac{x^2 - x - 12}{x^2 - 3x - 4} \leq 0.$$

9. Найдите область определения функции

$$y = \sqrt{\frac{1}{6-x}} - \sqrt{35 + 2x - x^2}.$$

10. Постройте график функции $y = \frac{x-3}{x^2-x-6}$ и опишите ее свойства.

11. Моторная лодка прошла по течению реки расстояние 6 км, а затем по озеру 10 км, затратив на весь путь 1 ч. Найдите ее скорость по озеру, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

12. В магазине было 125 кг товара трех видов. Товар первого вида составлял 60 %, товар второго вида составлял 20 % товара первого вида. Остальной товар был третьего вида. Определите количество товара каждого вида.

ВАРИАНТ 20

1. Упростите выражение:

$$\frac{a-1}{2a} \cdot \left(\frac{9-a^2}{a-3} - \frac{3+8a-3a^2}{3a+1} \right).$$

2. Вычислите, не применяя калькулятора,

$$6,5^0 - 3^2 : 3^{-1} - 81^{\frac{1}{4}} + 2^3 \cdot 2^{-6}.$$

3. Упростите выражение:

$$\frac{\sqrt{\sqrt{3}-2} \cdot \sqrt{\sqrt{3}+2}}{\sqrt{\sqrt{3}-1} + \sqrt{\sqrt{3}-3}}.$$

4. Сократите дробь:

$$\frac{n^2 - 2bn - 6ab + 3an}{2ab - an - 2b + n}.$$

5. Решите уравнение:

$$\frac{1}{x} + \frac{12}{3x-x^2} = \frac{3x-5}{3-x}.$$

6. Найдите значения параметра a , при которых корни уравнения $3x^2 + (3a-15)x - 27 = 0$ являются противоположными числами.

7. Решите графически и аналитически систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y + 1 = 0, \\ xy + 2 = 0. \end{cases}$$

8. Решите неравенство:

$$\frac{x^2 + 10x + 24}{x^2 + 2x - 8} \cdot \frac{x^2 - 9x + 14}{x^2 + 2x - 8} \leq 0.$$

9. Найдите область определения функции

$$y = \sqrt{\frac{x+4}{1-x}} + \sqrt{x^2 + 2x}.$$

10. Постройте график функции $y = \frac{x^2 - 1}{|x + 1|}$ и опишите ее свойства.

11. Лодка прошла 3 км по течению реки и 2 км против течения за то же время, какое понадобилось бы ей, чтобы проплыть 6 км в стоячей воде. Зная, что скорость лодки в стоячей воде равна 4 км/ч, найдите скорость течения реки.

12. Для ансамбля балльных танцев купили костюмную ткань и из 54 м сшили платья для девочек. Определите, сколько всего купили ткани, если на платья ушло 45 % всей ткани.

ВАРИАНТ 21

1. Упростите выражение:

$$\left(\frac{b-1}{b+1} + \frac{b^3+1}{b^2-2b+1} : \frac{b^2-b+1}{1-b} \right) : 1 + b^{-1} + \frac{3b+1}{b-1}.$$

2. Вычислите, не применяя калькулятора,

$$\left(\left(\frac{1}{2} \right)^{-3} + 4^{-2} + \left(\frac{16}{3} \right)^{-1} \right) \cdot \left(\frac{66}{5} \right)^{-1} + \left(\frac{2}{3} \right)^{-2}.$$

3. Вычислите:

$$\left(\frac{30}{5-\sqrt{10}} + \frac{6}{\sqrt{7}-\sqrt{10}} - \frac{2}{\sqrt{7}+3} \right) \cdot 7 + \sqrt{7}.$$

4. Сократите дробь:

$$\frac{3\sqrt{x} - 2x - x\sqrt{x}}{x + 3\sqrt{x}}.$$

5. Решите уравнение:

$$\frac{3x}{x-1} - \frac{2x}{x+2} = \frac{3x-6}{x^2+x-2}.$$

6. Составьте квадратное уравнение, корни которого были бы на $\frac{p}{2}$ больше корней уравнения $x^2 + px + q = 0$.

7. Найдите значения параметра c , при которых окружность $x^2 + y^2 = 8$ и прямая $x + y = c$ пересекутся в двух точках. Приведите пример и изобразите на рисунке.

8. Решите неравенство:

$$\frac{x^2 - x + 1}{x^2 - 5x + 6} \geq 0.$$

9. Найдите область определения функции

$$y = \frac{\sqrt{2x^2 - 5x - 12}}{11 - 2x}.$$

10. Постройте график функции $y = \frac{2x^3 - 8x}{x - 2}$ и опишите ее свойства.

11. Два класса учащихся могли бы выполнить работу по озеленению школьного участка за 4 дня. Если один класс выполнит половину работы, а затем другой класс остальную часть, то вся работа будет окончена в 9 дней. За сколько дней каждый класс, работая по отдельности, мог бы выполнить всю работу?

12. Первое число в 2,5 раза больше второго, а третье число составляет 70 % первого и на 9 меньше второго. Найдите эти числа.

ВАРИАНТ 22

1. Упростите выражение:

$$\frac{2}{a} - \left(\frac{a+1}{a^3-1} - \frac{1}{a^2+a+1} - \frac{2}{1-a} \right) : \frac{a^3+a^2+2a}{a^2-1}.$$

2. Вычислите, не применяя калькулятора,

$$\left(2^{-3} - \left(\frac{3}{4} \right)^{-1} \cdot \left(-\frac{1}{2} \right)^2 \right) \cdot \left(10^{-1} - \left(\frac{1}{8} \right)^0 \right) + \frac{1}{4}.$$

3. Вычислите:

$$\left(\frac{16}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} - \frac{24}{\sqrt{7}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}-2} \right) \cdot 3\sqrt{3} - 2.$$

4. Сократите дробь:

$$\frac{2\sqrt{x} + x - x\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x}}.$$

5. Решите уравнение:

$$\frac{3}{x+2} - \frac{2x-1}{x+1} = \frac{2x+1}{x^2+3x+2}.$$

6. Составьте квадратное уравнение, в котором коэффициент при неизвестном первой степени равен (-12) и один из корней его вдвое больше другого.

7. Найдите значения параметра c , при которых окружность $x^2 + y^2 = 18$ и прямая $x - y = c$ не пересекаются.

8. Решите неравенство:

$$\frac{x^2 - x^2 + 4x + 3(x-1)}{-x^2 + 3x + 4} \geq 0.$$

9. Найдите область определения функции

$$y = \frac{\sqrt{5x - 3x^2 - 2}}{x^2 - \frac{16}{25}}$$

и изобразите ее на числовой прямой.

10. Постройте график функции $y = \frac{3x - 12x^3}{2x + 1}$ и опишите ее свойства.

11. Водонапорный бак наполняется двумя трубами за 2 ч 55 мин. Первая труба может наполнить его на 2 ч скорее, чем вторая. За сколько времени каждая труба, действуя отдельно, может наполнить бак?

12. Даны три числа. Первое из них равно 102, а второе и третье составляют соответственно 26 и 40 % от суммы всех чисел. Найдите величины второго и третьего чисел.

ВАРИАНТ 23

1. Упростите выражение:

$$\left(\frac{b-2}{b+2} + \frac{b^3-8}{b^2-4b+2} : \frac{b^2+2b+4}{2-b} \right) \cdot 2+b + \frac{6-b}{2-b}.$$

2. Вычислите, не применяя калькулятора,

$$\left(\left(\frac{1}{3} \right)^{-3} - 5^{-2} - \left(1 \frac{9}{16} \right)^{-1} \right) : \left(5,2^0 + \left(\frac{1}{5} \right)^{-2} + \left(\frac{5}{4} \right)^{-2} \right).$$

3. Вычислите:

$$\left(\frac{16}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} - \frac{24}{\sqrt{7}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}-2} \right) \cdot 3\sqrt{3}-2.$$

4. Сократите дробь:

$$\frac{x\sqrt{x}-4x+3\sqrt{x}}{x-3\sqrt{x}}.$$

5. Решите уравнение:

$$\frac{3x}{x-1} - \frac{2x}{x+2} = \frac{3x+6}{x^2+x-2}.$$

6. При каких значениях параметра m разность корней уравнения $x^2+3x+m=0$ равна 6?

7. Найдите значения параметра a , при которых окружность $x^2+y^2=8$ и прямая $x+y=a$ пересекаются в двух точках. Приведите пример, изобразите на рисунке.

8. Решите неравенство:

$$\frac{x^2 - x + 2}{x^2 - 4x + 3} \geq 0.$$

9. Найдите область определения функции $y = \frac{\sqrt{2x^2 - 7x + 3}}{13 - 2x}$.

10. Постройте график функции $y = \frac{4x^3 - x}{2x + 2}$ и опишите ее свойства.

11. На обработку одной детали первый рабочий затрачивает на 7 мин меньше, чем второй. Сколько деталей обработает каждый из них за 4 ч, если первый рабочий за это время обработает на 28 деталей больше второго.

12. Сумма трех чисел равна 101, второе число составляет 60 % первого, а третье число на 9 меньше второго. Найдите эти числа.

ВАРИАНТ 24

1. Упростите выражение:

$$\left(\frac{b-2}{b+2} + \frac{b^3+8}{(b-2)^2} : \frac{b^2-2b+4}{2-b} \right) : 2 + b^{-1} + \frac{3b-2}{b-2}.$$

2. Вычислите, не применяя калькулятора,

$$\left(\left(\frac{1}{7} \right)^{-1} + 0,3^0 \right) \cdot 2^{-3} - \left(\frac{4}{3} \right)^{-1} \cdot 28^{-1} \cdot 0,25 + \left(9\frac{1}{3} \right)^{-1}.$$

3. Вычислите:

$$\left(\frac{10}{\sqrt{11}-\sqrt{6}} - \frac{4}{\sqrt{11}-3} + \frac{19}{\sqrt{6}+5} \right) \cdot \sqrt{6} + 1.$$

4. Сократите дробь:

$$\frac{5\sqrt{x} + 4x - x\sqrt{x}}{5\sqrt{x} - x}.$$

5. Решите уравнение:

$$\frac{4x-1}{x-1} - \frac{x}{x+3} = \frac{10x+2}{x^2+2x-3}.$$

6. Составьте квадратное уравнение, корни которого были бы равны соответственно сумме и произведению корней уравнения $2x^2 + x - 3 = 0$.

7. Найдите значения параметра a , при которых окружность $x^2 + y^2 = 8$ и прямая $y = a - x$ не имеют точек пересечения. Приведите пример, изобразите на рисунке.

8. Решите неравенство:

$$\frac{x^2 - 5x + 5}{x^2 - 4x + 3} \leq 0.$$

9. Найдите область определения функции

$$y = \frac{\sqrt{-2x^2 + 7x - 3}}{3 - 2x}.$$

10. Постройте график функции $y = \frac{2x^3 - 8x}{x + 2}$ и опишите ее свойства.

11. Два каменщика, из которых второй начинает работу на 1,5 дня позже первого, могут выложить стену в 7 дней. За сколько дней каждый из них мог бы выложить эту стену, если известно, что второй каменщик может выполнить эту работу на 3 дня быстрее, чем первый.

12. Сумма трех чисел равна 127, второе число составляет 60 % первого, а третье на 5 меньше второго. Найдите эти числа.

ВАРИАНТ 25

1. Упростите выражение:

$$3 + a^{-1} : \left(\frac{3-a}{3+a} - \frac{a^3+27}{(a-3)^2} : \frac{a^2-3a+9}{3-a} \right) + \frac{3}{12a}.$$

2. Вычислите, не применяя калькулятора,

$$\left(\left(\frac{1}{5} \right)^{-2} - \left(\frac{3}{8} \right)^{-1} \right) : \left(\left(\frac{1}{2} \right)^{-3} + \left(\frac{3}{2} \right)^{-2} - 0,2^0 \right).$$

3. Вычислите:

$$\left(\frac{16}{\sqrt{11}-\sqrt{7}} - \frac{8}{\sqrt{11}+3} + \frac{18}{\sqrt{7}-5} \right) \cdot 3\sqrt{7} - 7.$$

4. Сократите дробь:

$$\frac{x-1}{\sqrt{x-1} \cdot x\sqrt{x+1}}.$$

5. Решите уравнение

$$\frac{-2x+7}{2x^2+x-3} = \frac{x}{x-1} - \frac{x-2}{2x+3}.$$

6. При каком значении параметра m один из корней уравнения $x^2 + 3x + m = 0$ в 5 раз больше другого корня?

7. Найдите значения параметра c , при которых окружность $x^2 + y^2 = 8$ и прямая $y - x = c$ имеют две точки пересечения. Приведите пример, изобразите на рисунке.

8. Решите неравенство:

$$\frac{x+1,5 \quad x^2-6,5x+3 \quad x^2-9x+18}{x^2-1,5x-4,5} \leq 0.$$

9. Найдите область определения функции

$$y = \frac{\sqrt{-x^2 - x + 2}}{\sqrt{9x^2 - 6x + 1}}.$$

10. Постройте график функции $y = \frac{x^3 - 4x}{-2x + 4}$ и опишите ее свойства.

11. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить задание за 12 дней. Если сначала будет работать один из них и после выполнения половины задания его сменит другой, то все задание будет выполнено за 25 дней. За сколько дней каждый рабочий в отдельности может выполнить все задание?

12. Сумма трех чисел равна 159, второе число составляет 70 % первого, а третье на 9 меньше второго. Найдите эти числа.

ВАРИАНТ 26

1. Упростите выражение:

$$-3 + a \cdot \left(\frac{3-a}{3+a} - \frac{a^3+27}{(a-3)^2} : \frac{a^2-3a+9}{3-a} \right) + \frac{11a-3}{a-3}.$$

2. Вычислите, не применяя калькулятора,

$$\left(3^{-3} + 2^{-1} \cdot \frac{6}{9^{-1}} \right) \cdot \left(\frac{29}{7} \right)^{-1} + \left(\frac{1}{3} \right)^{-2}.$$

3. Вычислите:

$$\left(\frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} - \frac{6}{\sqrt{7}-8} + \frac{4}{\sqrt{5}+3} \right) \cdot \sqrt{5} + 1.$$

4. Сократите дробь:

$$\frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} \cdot x + \sqrt{x} + 1}.$$

5. Решите уравнение:

$$\frac{4x^2 - x + 21}{x^2 - 6x - 7} = \frac{x}{x+1} + \frac{2x}{x-7}.$$

6. При каком значении параметра k корни уравнения $x^2 + x - k = 0$ удовлетворяют условию $x_1^{-2} + x_2^{-2} = \frac{7}{9}$?

7. Найдите значения параметра c , при которых окружность $x^2 + y^2 = 8$ и прямая $y - x = c$ имеют одну общую точку. Приведите пример, изобразите на рисунке.

8. Решите неравенство:

$$\frac{-x^2 \quad x^2 - 5x - 6 \quad x - 1}{x^2 - 8x + 12} \leq 0.$$

9. Найдите область определения функции

$$y = \frac{\sqrt{x^2 - 0,5x - 3}}{17 - 2x}.$$

10. Постройте график функции $y = \frac{x^3 - x}{-2x - 2}$ и опишите ее свойства.

11. Для уборки урожая в определенный планом срок созданы две бригады. Первая бригада, работавшая на участке 400 га, окончила уборку урожая на 2 дня раньше срока, а вторая бригада на участке в 900 га проработала на 2 дня дольше срока. Если бы первая бригада работала столько дней, сколько вторая, а вторая – столько дней, сколько первая, то каждая бригада убрала бы поровну. Найдите срок уборки урожая по плану и производительность труда каждой бригады в день.

12. Сумма трех чисел равна 61, второе число составляет 20 % первого, а третье на 6 больше первого. Найдите эти числа.

ВАРИАНТ 27

1. Упростите выражение:

$$3 + a \cdot \left(\frac{3-a}{3+a} - \frac{a^3+27}{(a-3)^2} \left(\frac{a^2-3a+9}{3-a} \right)^{-1} \right).$$

2. . Вычислите, не применяя калькулятора,

$$\left(\left(\frac{1}{2} \right)^{-2} + 3^{-2} - \left(\frac{9}{7} \right)^{-1} \right) \cdot \left(3\frac{1}{3} \right)^{-1} + \left(\frac{2}{5} \right)^{-2}.$$

3. Вычислите:

$$\left(\frac{14}{\sqrt{10}-\sqrt{3}} - \frac{12}{\sqrt{10}-2} + \frac{22}{\sqrt{3}+5} \right) \cdot \sqrt{3}-1.$$

4. Сократите дробь:

$$\frac{x\sqrt{x} + x - 6\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x}}.$$

5. Решите уравнение:

$$\frac{x}{x+1} - \frac{3x}{x-3} = \frac{-3x^2 + 4x - 21}{x^2 - 2x - 3}.$$

6. Не решая уравнения $x^2 - 5kx + 1 = 0$, найдите значение $k > 0$, удовлетворяющее условию $x_1^{-2} + x_2^{-2} = 23$.

7. Найдите значения параметра c , при которых окружность $x^2 + y^2 = 8$ и прямая $y - x = c$ не пересекаются. Приведите пример, изобразите на рисунке.

8. Решите неравенство:

$$\frac{x + 3 \sqrt{x^2 - 6x + 5}}{x^2 - x - 20} \geq 0.$$

9. Найдите область определения функции

$$y = \frac{\sqrt{x^2 + 2x - 1,25}}{\sqrt{4x^2 - 4x + 1}}.$$

10. Постройте график функции $y = \frac{2x^3 - 8x}{-4x - 2}$ и опишите ее свойства.

11. Двое рабочих, второй из которых начинает работать на 3 дня позже первого, могут выполнить некоторое задание за 14 дней. Известно, что первому рабочему потребовалось бы на выполнение этого задания на 6 дней больше, чем второму. За сколько дней может выполнить это задание каждый рабочий?

12. Сумма трех чисел равна 295, второе число составляет 70 % первого, а третье на 25 % больше первого. Найдите эти числа.

ВАРИАНТ 28

1. Упростите выражение:

$$\left(\frac{5-a}{5+a}\right)^{-1} - \left(\frac{5^3 - a^3}{25 + 5a + a^2} + 5a\right) \cdot 5 - a^{-1}.$$

2. Вычислите, не применяя калькулятора,

$$\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + 4^{-1} - \left(\frac{4}{7}\right)^{-1}\right) : \left(\frac{2}{5}\right)^{-1} + 0,3^{-0}.$$

3. Вычислите:

$$\left(2 + \frac{14}{\sqrt{8}+1} + \frac{3}{\sqrt{2}+\sqrt{5}} + \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{7}}\right) \cdot 3\sqrt{2} + \sqrt{7}.$$

4. Сократите дробь:

$$\frac{x\sqrt{x} - 6x + 5\sqrt{x}}{x - 5\sqrt{x}}.$$

5. Решите уравнение:

$$\frac{x}{x+1} - \frac{3x}{x-3} = \frac{8x-30}{x^2-2x-3}.$$

6. Найдите значения параметра $a > 0$, при которых корни уравнения $x^2 - 3ax + a^2 = 0$ удовлетворяют условию $x_1^2 + x_2^2 = 1,75$.

7. Найдите значения параметра c , при которых окружность $x^2 + y^2 = 18$ и прямая $y + x = c$ пересекаются в двух точках. Приведите пример, изобразите на рисунке.

8. Решите неравенство:

$$\frac{x+3}{x} \cdot \frac{x^2+x-6}{x^2-x-2} \leq 0.$$

9. Найдите область определения функции

$$y = \frac{\sqrt{-x^2 - 2x + 1,25}}{x + 2,4}.$$

10. Постройте график функции $y = \frac{9x - x^3}{3x - 9}$ и опишите ее свойства.

11. Двум рабочим поручено некоторое задание. Сначала первый рабочий работал 7 дней, затем к нему присоединился второй, после чего они закончили работу за 8 дней. Известно, что второму рабочему понадобилось бы для выполнения всего задания на 7 дней больше, чем первому. За сколько дней мог бы выполнить это задание каждый рабочий, работая отдельно?

12. Сумма трех чисел равна 144, второе число составляет 50 % от первого, а третье – 60 % от второго. Найдите эти числа.

ВАРИАНТ 29

1. Упростите выражение:

$$\left(\frac{2b-1}{2b+1} + \frac{8b^3-1}{4b^2-4b+1} \cdot \frac{1-2b}{4b^2+2b+1} \right) \cdot \left(\frac{1}{1+2b} \right)^{-1}.$$

2. Вычислите, не применяя калькулятора,

$$\left(\left(\frac{3}{2} \right)^{-2} + 4^{-1} \right) \cdot \left(\frac{5}{6} \right)^{-2} + \left(\frac{5}{7} \right)^{-1} - 0,4^0.$$

3. Вычислите:

$$\left(\frac{10}{\sqrt{7}-\sqrt{17}} - \frac{3}{\sqrt{13}-4} + \frac{23}{\sqrt{7}+4} \right) \cdot \sqrt{17} + \sqrt{13}.$$

4. Сократите дробь:

$$\frac{6\sqrt{x} + 5x + x\sqrt{x}}{\sqrt{x} + x}.$$

5. Решите уравнение

$$\frac{x}{x-1} - \frac{2x}{x+5} = \frac{10x-10}{x^2+4x-5}.$$

6. Составьте квадратное уравнение, если корни его $y_1 = \frac{x_1^2}{x_2}$ и

$y_2 = \frac{x_2^2}{x_1}$, где x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2 - 5x + 4 = 0$.

7. Найдите значения параметра c , при которых окружность $x^2 + y^2 = 18$ и прямая $y + x = c$ имеют одну общую точку. Приведите пример, изобразите на рисунке.

8. Решите неравенство:

$$\frac{x+3}{x^2-x-20} \cdot \frac{x^2-2x-15}{x-1} \geq 0.$$

9. Найдите область определения функции

$$y = \frac{\sqrt{2x^2 - 11x + 15}}{2x - 3}.$$

10. Постройте график функции $y = \frac{2x^3 - 8x}{4x + 8}$ и опишите ее свойства.

11. Две трубы при совместной работе могут наполнить бассейн за 18 мин. Если бы первая труба наполняла бассейн 20 мин, а вторая – 15 мин, то они бы заполнили бассейн. За сколько минут можно заполнить бассейн через каждую трубу в отдельности?

12. Сумма трех чисел равна 172, второе число составляет 60 % от первого, а третье на 4 меньше второго. Найдите эти числа.

ВАРИАНТ 30

1. Упростите выражение:

$$\frac{3a+1}{4a} + 1+a^{-1} : \left(\frac{a-1}{a+1} + \frac{a^3+1}{(a-1)^2} : \frac{a^2-a+1}{1-a} \right).$$

2. Вычислите, не применяя калькулятора,

$$\left(\left(\frac{1}{3} \right)^{-2} - \left(\frac{1}{2} \right)^{-3} + \left(\frac{15}{3} \right)^{-1} \right) \cdot \left(8^{-1} - \left(\frac{2}{3} \right)^{-1} + 0,1^0 \right) \cdot \frac{2}{19}.$$

3. Вычислите:

$$\left(\frac{11}{2\sqrt{3}-1} - 3 - \frac{6}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} + \frac{8}{\sqrt{5}-1} \right) \cdot \sqrt{3} + \sqrt{2}.$$

4. Сократите дробь:

$$\frac{x\sqrt{x} - 1,5x - 4,5\sqrt{x}}{x + 1,5\sqrt{x}}.$$

5. Решите уравнение:

$$\frac{2x}{x-5} - \frac{x}{x+1} = \frac{10x+10}{x^2-4x-5}.$$

6. При каком значении параметра c корни уравнения $x^2 + x - c = 0$ удовлетворяют условию $x_1^{-2} + x_2^{-2} = \frac{7}{9}$?

7. Найдите значения параметра c , при которых окружность $x^2 + y^2 = 18$ и прямая $y + x = c$ не пересекаются. Приведите пример и изобразите на рисунке.

8. Решите неравенство:

$$\frac{x^2 - 4x + 3}{x} \cdot \frac{x^2 + 5x + 6}{x + 1} \geq 0.$$

9. Найдите область определения функции

$$y = \frac{\sqrt{x - 1^2 + 4x}}{0,5 + 2x}.$$

10. Постройте график функции $y = \frac{5x^3 - 125x}{5x - 25}$ и опишите ее свойства.

11. Две бригады при совместной работе могут выполнить задание за 24 дня. Если первая бригада проработает 10 дней, а вторая – 45 дней, то они выполнят все задание. За сколько дней могла бы выполнить это задание каждая бригада в отдельности?

12. Сумма трех чисел равна 166. Второе число составляет 50 % от первого, а третье на 14 меньше второго. Найдите эти числа.

ОБОБЩАЮЩЕЕ ПОВТОРЕНИЕ

Типовой расчет для учащихся 9-го класса

Редактор *Н.А. Лукашова*
Выпускающий редактор *И.П. Брованова*
Компьютерная верстка *Л.А. Веселовская*

Подписано в печать 03.06.2010. Формат 60 × 84 1/16. Бумага офсетная. Тираж 100 экз.
Уч.-изд. л. 3,72. Печ. л. 4,0. Изд. № 118. Заказ № Цена договорная

Отпечатано в типографии
Новосибирского государственного технического университета
630092, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20