

УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ

10–11 класс

УДК 512.644(075.3)
У 681

Настоящее издание рассчитано на учащихся 10-х и 11-х классов Инженерного лицея НГТУ. В него включены упражнения по теме «Уравнения и неравенства» в соответствии с программой средней школы.

Составители:

*В.Г. Голобокова, Т.М. Долгих, Т.А. Козлова, Е.В. Подолян,
Т.В. Яруткина, Г.В. Филенко*

Рецензенты:

*О.Е. Рощенко, канд. пед. наук, учитель высшей
квалификационной категории,
Н.И. Мартышева, учитель высшей квалификационной категории*

Работа подготовлена в Инженерном лицее НГТУ
для учащихся 10-х и 11-х классов

УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ

10–11 класс

В авторской редакции
Выпускающий редактор *И.П. Брованова*
Корректор *Л.Н. Кинит*
Компьютерная верстка *Л.А. Веселовская*

Подписано в печать 01.08.2013. Формат 60 × 84 1/16. Бумага офсетная. Тираж 200 экз.
Уч.-изд. л. 2,55. Печ. л. 2,75. Изд. № 169. Заказ № 1012. Цена договорная

Отпечатано в типографии
Новосибирского государственного технического университета
630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20

© Новосибирский государственный
технический университет, 2013

Введение

В типовом расчете представлены алгебраические уравнения и неравенства, предназначенные для решения учащимися 11-х классов Инженерного лицея и слушателями подготовительного отделения НГТУ. В нем содержатся 30 вариантов заданий по 15 задач в каждом.

Задачи разнообразны по содержанию, при их решении учащиеся должны применить не только формальные знания, но и умение анализировать, находить решения в зависимости от параметров, выбирать оптимальные способы решения задач.

При выполнении заданий учащиеся должны проявить следующие знания и умения:

- исследовать линейные уравнения, системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными, квадратные уравнения;
- решать дробно-рациональные уравнения и неравенства;
- применять теорему Виета для квадратного уравнения;
- решать уравнения и неравенства с переменной под знаком модуля;
- исследовать и решать иррациональные уравнения и неравенства;
- решать системы неравенств.

Цель данной методической разработки – обобщение теоретических и практических знаний учащихся по теме «Алгебраические уравнения и неравенства».

Типовой расчет рекомендуется для самостоятельной работы в качестве индивидуального домашнего задания и проверки знаний.

ЗАДАНИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО ХАРАКТЕРА

Выполнение заданий типового расчета необходимо сопровождать теоретическими обоснованиями. Они могут быть изложены либо перед решением задачи, либо в процессе ее решения, либо после решения.

Ответьте на предложенные вопросы к заданиям (номера указанных ниже заданий соответствуют номерам заданий для вариантов).

1. Что значит исследовать линейное уравнение? Исследуйте уравнение вида $ax = b$.

2. При каких условиях система двух линейных уравнений с двумя неизвестными имеет единственное решение или бесконечное множество решений или не имеет действительных решений?

3. Запишите определение области существования уравнения. Как ее найти в данном уравнении?

4. Запишите определение модуля действительного числа. Укажите выбранный вами метод решения данного уравнения.

5. Сформулируйте теорему Виета для полного и приведенного квадратных уравнений. Примените ее для решения вашей задачи.

6. Запишите, при каких условиях квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$ является полным квадратом некоторого двучлена.

7. В чем состоит исследование квадратного уравнения?

8. Укажите геометрический смысл модуля действительного числа.

9. Опишите метод интервалов для решения дробно-рационального неравенства и примените его.

10. Покажите графически и определите условия, при которых квадратный трехчлен имеет постоянный знак для всех действительных значений x .

11. Дайте теоретическое обоснование хода решения вашего иррационального уравнения и решите его.

12. Опишите методы решения следующих неравенств:

$$\sqrt{f(x)} \leq \sqrt{\varphi(x)}, \quad \sqrt{f(x)} \leq \varphi(x), \quad \sqrt{f(x)} \geq \varphi(x).$$

13. Запишите условие тождественного равенства двух многочленов с одной переменной.

14. Запишите формулы любого члена и суммы n первых членов арифметической и геометрической прогрессий, а также формулу суммы членов бесконечной убывающей геометрической прогрессии.

15. Решите систему неравенств, сформулируйте и запишите соответствующие свойства.

Вариант 1

1. Найдите, при каких значениях параметра k уравнение

$$2k + 3(x+1) = \frac{3(kx+15)}{5}$$

а) имеет нулевое решение; б) не имеет решений.

2. Исследуйте систему линейных уравнений

$$\begin{cases} mx + y = m^2, \\ x + my = 1. \end{cases}$$

3. Решите уравнение $\frac{7x}{x-1} - \frac{1}{3x} = \frac{6x+1}{x-1}$.

4. Решите уравнение $|2x-1| + |x-1| = 2-x$.

5. Не находя корней x_1 и x_2 уравнения $3x^2 - 2x - 6 = 0$, вычислите $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.

6. Найдите, при каких значениях параметра m трехчлен второй степени $(4m-3)x^2 - 3(m+1)x + 2(m+1)$ представляет полный квадрат двучлена.

7. Определите, при каких значениях параметра b уравнение $(5b+1)x^2 + (7b+3)x + 3b = 0$ имеет действительные различные корни.

8. Решите неравенство $\left| \frac{1-x}{x+2} \right| < 4$.

9. Найдите наименьшее целое число из области определения функции $f(x) = \sqrt{\frac{x^2(x-3)}{1-3x+2x^2}}$.

10. Найдите, при каких значениях параметра c неравенство

$$\frac{2x^2 + cx - 4}{x^2 - x + 1} > -6$$

справедливо для всех действительных значений x .

11. Решите уравнение $\sqrt{3x+4} + \sqrt{x-4} = 2\sqrt{x}$.

12. Решите неравенство $\sqrt{9x^2 - 25} > 2x$.

13. Найдите действительные числа A и B из равенства

$$\frac{8-9x}{2x-x^2} = \frac{A}{x} - \frac{B}{x-2}.$$

14. Найдите наименьшее из трех положительных чисел, образующих геометрическую прогрессию, если их сумма равна 21, а сумма обратных им чисел равна $7/12$.

15. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 2 \cdot 3^{2x+4} - 245 \cdot 3^x + 3 \leq 0, \\ \log_2(x^2 + 4x + 5) > 2. \end{cases}$$

Вариант 2

1. Исследуйте линейное уравнение $m^2x - 15 = 5m - 3mx$.

2. Исследуйте систему линейных уравнений

$$\begin{cases} kx - 2y = 1, \\ 8x - ky = 2. \end{cases}$$

3. Решите уравнение $\frac{17x-6}{4x+3} = \frac{30x-15}{8x+6}$.

4. Решите уравнение $|5-2x| + |x+3| = 2-3x$.

5. Не находя корней x_1 и x_2 уравнения $x^2 + x - 5 = 0$, вычислите $x_1^2 + x_2^2$.

6. Найдите, при каких значениях параметра m трехчлен второй степени $(6m-5)x^2 - 5(m-1)x + 2m - 6$ представляет полный квадрат двучлена.

7. Определите, при каких значениях параметра b уравнение $bx^2 - (1-2b)x + b = 0$ имеет действительные различные корни.

8. Решите неравенство $\left| \frac{2x-1}{x+5} \right| > 2$.

9. Найдите наименьшее положительное число из области определения функции $f(x) = \sqrt{\frac{25 - 10x + x^2}{2x^2 - 8x - 42}}$.

10. Найдите значения параметра c , при которых неравенство

$$\frac{x^2 - cx - 1}{2x^2 - 2x + 3} < 1$$

справедливо для всех действительных значений x .

11. Решите уравнение $\sqrt{x+8+2\sqrt{x+7}} + \sqrt{x+1-\sqrt{x+7}} = 4$.

12. Решите неравенство $\sqrt{x^2 - 3x} > x + 1$.

13. Найдите действительные числа A и B из равенства

$$\frac{7-5x}{(1-x)(x-2)} = \frac{A}{1-x} - \frac{B}{2-x}.$$

14. Найдите знаменатель геометрической прогрессии, если сумма третьего, четвертого и пятого членов в 4,2 раза больше суммы третьего и четвертого членов.

15. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 5 \cdot 3^{2x} + 15 \cdot 5^{2x-1} \geq 8 \cdot 15^x, \\ \log_2 \left(\log_3 \left(\frac{x-1}{x+1} \right) \right) < \log_{\frac{1}{8}} \left(\log_{\frac{1}{9}} \left(\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 2x + 1} \right) \right). \end{cases}$$

Вариант 3

1. Исследуйте линейное уравнение $9x - 3 = a^2x - a$.

2. Исследуйте систему уравнений

$$\begin{cases} mx - 6y = 9, \\ 2x - 3my = 9. \end{cases}$$

3. Решите уравнение $\frac{3}{3-2x} - \frac{15}{x(2x-3)} = \frac{5}{x}$.

4. Решите уравнение $|x-1| = |x^2-5x+9|$.

5. Не находя корней x_1 и x_2 уравнения $x^2-2x-9=0$, вычислите $x_1^3+x_2^3$.

6. Найдите, при каких значениях параметра m трехчлен второй степени $(m-1)x^2+2mx+3m-2$ представляет полный квадрат двучлена.

7. Определите, при каких значениях параметра b уравнение $(b-1)x^2-2(b+1)x+b-2$ имеет действительные различные корни.

8. Решите неравенство $\left|1+\frac{1-3x}{1+4x}\right| > 5$.

9. Решите неравенство $\frac{(x^2-4x+3)^2}{(4x-x^2)(x+3)} \leq 0$ и найдите наименьшее

положительное решение.

10. Найдите, при каких значениях параметра c неравенство

$$\frac{3x^2-cx-6}{x^2-x+1} > -9$$

справедливо для всех действительных значений x .

11. Решите уравнение $\sqrt[3]{x+34} - \sqrt[3]{x-3} = 1$.

12. Решите неравенство $\sqrt{x^2-5x-24} > x+2$.

13. Найдите действительные числа A и B из равенства

$$\frac{10x-27}{x^2-5x+6} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x-3}$$

14. Сумма первых девяти членов арифметической прогрессии меньше суммы ее членов, начиная с пятого по тринадцатый, на 72. Найдите разность прогрессии.

15. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \frac{(2^x-32)(3^x+27)}{x^2+5x-14} \leq 0, \\ \log_{0,1}^2 x - 1 \leq 0. \end{cases}$$

Вариант 4

1. Исследуйте линейное уравнение $a^2x - a = x - 1$.

2. Исследуйте систему уравнений

$$\begin{cases} (m+1)x = 3y+3, \\ 2x-my-2 = 0. \end{cases}$$

3. Решите уравнение $\frac{x^2+26}{5x-15} = 2 - \frac{7}{3-x}$.

4. Решите уравнение $|x-1| + |x-3| = 2x - 4$.

5. Известно, что $x_1^2 + x_2^2 = 13$, где x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2 + ax + 6 = 0$. Определите $x_1 + x_2$.

6. Найдите, при каких значениях параметра m трехчлен второй степени $3(m+6)x^2 - 3(m+3)x + 2m - 3$ представляет полный квадрат двучлена.

7. Определите, при каких значениях параметра b уравнение

$$x^2 + 2(b-4)x + b^2 + 6b = 0$$

не имеет действительных корней.

8. Решите неравенство $\left| \frac{3x-2}{2x+3} - 2 \right| < 1$.

9. Решите неравенство $\frac{(x^2-x-2)(x-5)^2}{6-x^2+x} \geq 0$ и найдите его наибольшее отрицательное решение.

10. Найдите, при каких значениях параметра c неравенство

$$(c-3)x^2 + 2cx + 2(c-4) < 0$$

справедливо для всех действительных значений x .

11. Решите уравнение $\sqrt{2x-15} = \sqrt{x+16} - 1$.

12. Решите неравенство $\sqrt{2x^2-7x+3} < 2x-3$.

13. Найдите действительные числа A и B из равенства

$$\frac{6x+2}{3x^2+2x-1} = \frac{A}{3x-1} + \frac{B}{x+1}.$$

14. Найдите четвертый член бесконечной убывающей геометрической прогрессии, если ее сумма равна 12, а сумма первых трех членов равна 13,5.

15. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^x \geq x + 4, \\ \log_2(x^2 - 4) - 3\log_2 \frac{x+2}{x-2} > 2. \end{cases}$$

Вариант 5

1. Исследуйте уравнение с параметром a :

$$6(ax - 1) - a = 2(a + x) - 7.$$

2. Исследуйте систему уравнений

$$\begin{cases} 7x - 2ay = 5, \\ (4 - 5a)x - 4ay = 10. \end{cases}$$

3. Решите уравнение $\frac{-5}{3-2x} = \frac{1}{2} + \frac{15}{(2x-3)2x}$.

4. Решите уравнение $|x-4| + |x+4| = 9$.

5. Известно, что $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{2}$, где x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2 + x + a = 0$. Определите значение a .

6. Найдите, при каких значениях параметра m трехчлен второй степени $(m-2)x^2 - 3(m+2)x + 6m$ представляет полный квадрат двучлена.

7. Определите, при каких значениях параметра b уравнение

$$x^2 - (4b + 1)x + 3b^2 + b = 0$$

имеет действительные различные корни.

8. Решите неравенство $\left|\frac{x+1}{3x-2}\right| > 1$.

9. Решите неравенство $\frac{(x+8)^4(x^2-36)^2}{x^2-9x+18} \leq 0$ и найдите его наименьшее отрицательное решение.

10. Найдите, при каких значениях параметра c неравенство

$$\frac{x^2-cx-2}{x^2-3x+4} > -1$$

справедливо для всех действительных значений x .

11. Решите уравнение $\sqrt{x+17} - \sqrt{x-7} = 5$.

12. Решите неравенство $\sqrt{6-5x-x^2} > x+2$.

13. Найдите действительные числа A и B из равенства

$$\frac{4x-3}{2x^2-3x-2} = \frac{A}{2x+1} + \frac{B}{x-2}.$$

14. Сумма первых восьми членов арифметической прогрессии больше суммы ее членов, начиная с третьего по десятый, на 64. Найдите разность прогрессии.

15. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 2^{4x+2} > 4^{x+1}, \\ 1 + \log_3(x-4) \leq \log_3(x+21). \end{cases}$$

Вариант 6

1. Исследуйте уравнение с параметром a :

$$0,5(5x-1) = 4,5 - 2a(x-2).$$

2. Исследуйте систему уравнений

$$\begin{cases} (a-1)x+3y = a, \\ x+(a+1)y = 2. \end{cases}$$

3. Решите уравнение $\frac{4}{2x-7} + 2 = \frac{14}{x(2x-7)}$.

4. Решите уравнение $|x+3| = |x+1| + 2x$.

5. Не решая уравнения $3x^2 - 5x - 2 = 0$, найдите сумму кубов его корней.

6. Найдите, при каких значениях параметра m трехчлен второй степени $x^2 + 2(m-1)x - 3m^2 + 7$ представляет полный квадрат двучлена.

7. Определите, при каких значениях параметра b уравнение

$$x^2 - (3b + 2)x + 2b^2 + 5b - 3 = 0$$

имеет действительные различные корни.

8. Решите неравенство $\left| 2 + \frac{3x-1}{5x} \right| < 7$.

9. Решите неравенство $\frac{x^2(2x^2 - 6x + 35)}{2 - x^2 - x} \leq 0$ и найдите его наибольшее отрицательное целое решение.

10. Найдите, при каких значениях параметра c неравенство

$$(c + 20)x^2 + (c + 5)x + 1 > 0$$

справедливо для всех действительных значений x .

11. Решите уравнение $\sqrt{2x-1} + \sqrt{x+2} = 4$.

12. Решите неравенство $x + 4 \leq \sqrt{6 - 4x - x^2}$.

13. Найдите действительные числа A и B из равенства

$$\frac{15-2x}{4x^2-9} = \frac{A}{2x-3} + \frac{B}{2x+3}.$$

14. Найдите наименьшее из трех положительных чисел, образующих геометрическую прогрессию, если их сумма равна 28, а сумма обратных им чисел равна $7/16$.

15. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \frac{\log_3(1-2x-x^2)}{\log_{3-\sqrt{5}}(x+1+\sqrt{2})} \geq 0, \\ \frac{\log_{0,5}(1-2x)}{\log_2\left(\frac{8}{3}x\right)} \leq -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

Вариант 7

1. Исследуйте уравнение с параметром n :

$$2n(nx-1) = n(3+2x) - 5.$$

2. Исследуйте систему уравнений

$$\begin{cases} 2x+(n-4)y = 16, \\ (4-n)x-50y = 80. \end{cases}$$

3. Решите уравнение $3 - \frac{2}{5-2x} = \frac{5}{(2x-5)x}$.

4. Решите уравнение $|x| = |2x+3| - x + 1$.

5. Не решая уравнения $3x^2 + 8x - 3 = 0$, найдите сумму квадратов его корней.

6. Найдите, при каких значениях параметра m трехчлен второй степени $(-m-1)x^2 + 2(m-1)x - 3m + 3$ представляет собой полный квадрат двучлена.

7. Определите, при каких значениях параметра b уравнение

$$x^2 - 3(b-1)x + 2b^2 - 6b = 0$$

имеет действительные различные корни.

8. Решите неравенство $\left| \frac{12x}{x-2} \right| < 3$.

9. Решите неравенство $\frac{(x-9)^5(4x^2-4x+1)}{x^2-8x+7} \geq 0$ и укажите его наименьшее решение.

10. Найдите, при каких значениях параметра c неравенство

$$\frac{x^2 - 8x + 20}{cx^2 + 2(c+1)x + 9c + 4} < 0$$

справедливо для всех действительных значений x .

11. Решите уравнение $\sqrt{3-x} + \frac{6}{\sqrt{3-x}} = \sqrt{9-5x}$.

12. Решите неравенство $\sqrt{x^2-6x+3} \leq x+3$.

13. Найдите действительные числа A и B из равенства

$$\frac{27x-1}{9x^2-1} = \frac{A}{3x-1} + \frac{B}{3x+1}.$$

14. Найдите знаменатель геометрической прогрессии, если числа $1, a, b$ образуют арифметическую прогрессию, а числа $1, 1/a, -3/b$ — геометрическую прогрессию.

15. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \frac{7^x - 30}{7^{x-1} + 1} \leq -14, \\ \log_3(1 - 2x) \geq \log_3(5x - 2). \end{cases}$$

Вариант 8

1. Исследуйте линейное уравнение $a^2x = a(x+2) - 2$.

2. Исследуйте систему уравнений

$$\begin{cases} mx + (m-1)y = 2m-1, \\ \frac{1}{2}mx + y = 1. \end{cases}$$

3. Решите уравнение $\frac{2-x}{x-6} - 5 = \frac{4}{6-x}$.

4. Решите уравнение $|3x-1| - |x+1| = 2x-1$.

5. Не решая уравнения $4x^2 - ax + \frac{a^2}{8} - 3 = 0$, найдите сумму квадратов его корней.

6. Найдите, при каких значениях параметра m трехчлен второй степени $(m-2)x^2 + 2(2m-3)x + 5m-6$ представляет полный квадрат двучлена.

7. Определите, при каких значениях параметра b уравнение $6x^2 + (8b+3)x + 2b^2 + 5b - 3 = 0$ имеет действительные различные корни.

8. Решите неравенство $\left| \frac{1}{2} - \frac{3-x}{x+3} \right| < 2$.

9. Решите неравенство $\frac{(3x^2 - 7x - 6)(x - 4)^2}{x^2 - 6x + 9} \leq 0$ и укажите его наименьшее целое решение.

10. Найдите, при каких значениях параметра c неравенство

$$x^2 - cx > \frac{2}{c}$$

справедливо для всех действительных значений x .

11. Решите уравнение $\sqrt{1 - \sqrt{x^4 - x^2}} = x - 1$.

12. Решите неравенство $\sqrt{4 - x} \leq 2 - \sqrt{x + 6}$.

13. Найдите действительные числа A и B из равенства

$$\frac{5x + 3}{6x^2 - 11x - 2} = \frac{A}{6x + 1} + \frac{B}{x - 2}.$$

14. Сумма второго и четвертого членов геометрической прогрессии b_1, b_2, b_3, b_4 в полтора раза меньше суммы $b_2 + b_3 + b_4$. Найдите знаменатель прогрессии.

15. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 2^{x+2} - 2^{x+3} - 2^{x+4} > 5^{x+1} - 5^{x+2}, \\ \log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}(-x^2 + 6x + 3) \geq -2. \end{cases}$$

Вариант 9

1. Исследуйте уравнение с параметром c : $2c(2 - cx) - 7 = 7(3 - 2cx)$.

2. Исследуйте систему уравнений

$$\begin{cases} (a+1)x + 3y = 3, \\ x + (a-1)y = 1. \end{cases}$$

3. Решите уравнение $2 - \frac{1}{x-3} = \frac{4-x}{3-x}$.

4. Решите уравнение $|x-3| + |x+2| - |x-4| = 3$.

5. Найдите значения параметра p , при которых сумма квадратов корней уравнения $x^2 + px + 21 = 0$ равна 58.

6. Найдите, при каких значениях параметра m трехчлен второй степени $(4-m)x^2 - 3x + m - 1$ представляет полный квадрат двучлена.

7. Определите, при каких значениях параметра b уравнение $2x^2 - 3bx + b^2 + 1 = 0$ имеет действительные различные корни.

8. Решите неравенство $\left| \frac{3}{4} - \frac{5x-3}{2x} \right| > 2$.

9. Решите неравенство $\frac{(x^2-3x-10)^2}{12-x^2-4x} \leq 0$ и укажите его наибольшее отрицательное решение.

10. Найдите, при каких значениях параметра c неравенство

$$(c+2)x^2 - \sqrt{8cx} + c > 0$$

справедливо для всех действительных значений x .

11. Решите уравнение $\frac{1}{x-\sqrt{x^2-x}} - \frac{1}{x+\sqrt{x^2-x}} = \sqrt{3}$.

12. Решите неравенство $\sqrt{9x^2-16} > 3x-1$.

13. Найдите действительные числа A и B из равенства

$$\frac{5x+4}{16-x^2} = \frac{A}{4-x} + \frac{B}{4+x}.$$

14. Найдите четвертый член бесконечной убывающей геометрической прогрессии, если ее первый член равен 1,5, а сумма равна 0,9.

15. Решите систему неравенств $\begin{cases} 4 \cdot 3^{x+2} - 2 \cdot 5^{x+2} \leq 5^{x+3} - 3^{x+3}, \\ \lg(x^2 - 2x - 2) \leq 0. \end{cases}$

Вариант 10

1. Исследуйте линейное уравнение $5p - 3px = p^2x - 15$.

2. Исследуйте систему уравнений

$$\begin{cases} (a-2)x + 5y = 5, \\ x + (a+2)y = 5. \end{cases}$$

3. Решите уравнение $\frac{3-7x}{2x+4} - \frac{1,5-3,5x}{x+2} = 0$.

4. Решите уравнение $|5x-13| - |6-5x| = 7$.

5. В уравнении $x^2 + px + 45 = 0$ найдите значения параметра p , зная, что квадрат разности его корней равен 144.

6. Найдите, при каких значениях параметра m трехчлен второй степени $(m^2 - 4m - 5)x^2 - 2(m+1)x + 3$ представляет полный квадрат двучлена.

7. Определите, при каких значениях параметра b уравнение $(b-2)x^2 - 3(b+2)x + 6b = 0$ имеет действительные различные корни.

8. Решите неравенство $\left| \frac{2x+1}{x+3} + \frac{1}{2} \right| > \frac{1}{2}$.

9. Решите неравенство $\frac{(x^2-4x+4)(5-3x^2-2x)}{x^2+4x} \geq 0$ и укажите его наибольшее целое решение.

10. Найдите, при каких значениях параметра c неравенство

$$\frac{3x^2 + cx - 6}{x^2 - x + 1} < 6$$

справедливо для всех действительных значений x .

11. Решите уравнение $x^2 + 5x + 4 - 5\sqrt{x^2 + 5x + 28} = 0$.

12. Решите неравенство $\sqrt{25-4x^2} > 2-x$.

13. Найдите действительные числа A и B из равенства

$$\frac{3x-4}{x^2-4x} = \frac{A}{x} - \frac{B}{4-x}.$$

14. Найдите знаменатель геометрической прогрессии, если числа $1, a, b$ образуют арифметическую прогрессию, а числа $-1, 1/a, 3/b$ – геометрическую.

15. Решите систему неравенств $\begin{cases} 5^{2x+1} > 5^x + 4, \\ \log_3(x^2 - x) \geq \log_3(3x + 2). \end{cases}$

Вариант 11

1. Исследуйте линейное уравнение $m^2x + 2 = m(x + 2)$.

2. Исследуйте систему уравнений

$$\begin{cases} 3x + (k-1)y = k+1, \\ (k+1)x + y = 3. \end{cases}$$

3. Решите уравнение $\frac{3(9x-3)}{9x-6} - \frac{3x+1}{3x-2} = 2$.

4. Решите уравнение $|2x+3| - |x| + 6x - 8 = 0$.

5. В уравнении $x^2 + mx + 2 = 0$ найдите значения m , при которых один из корней уравнения в два раза больше другого.

6. Найдите, при каких значениях параметра m трехчлен второй степени $\frac{1}{2}(m^2 + 6m - 7)x^2 - (m-1)x + 1$ представляет полный квадрат двучлена.

7. Определите, при каких значениях параметра b уравнение

$$x^2 + (b-1)x - 2b^2 - 2b = 0$$

имеет действительные различные корни.

8. Решите неравенство $\left| \frac{3x+1}{x-3} \right| < 3$.

9. Решите неравенство $\frac{(2x^2 + x - 1)(x^2 - 6x + 9)}{x^2 + 2x} \leq 0$ и укажите его наибольшее целое решение.

10. Найдите, при каких значениях параметра c неравенство

$$\frac{2x^2 + cx - 4}{x^2 - x + 1} < 4$$

справедливо для всех действительных значений x .

11. Решите уравнение $x\sqrt{x} - 3x + 2\sqrt{x} = 0$.

12. Решите неравенство $\sqrt{x^2 - 2x} > 1 - x$.

13. Найдите действительные числа A и B из равенства

$$\frac{6x+1}{4x^2+x} = \frac{A}{4x+1} + \frac{B}{x}.$$

14. Найдите наименьшее из трех положительных чисел, образующих геометрическую прогрессию, если их сумма равна 13, а сумма обратных им чисел равна $13/9$.

15. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 2 \cdot 3^{2x^2} + 4 \leq 3^{x^2+2}, \\ \log_8(x^2 - 4x + 3) < 1. \end{cases}$$

Вариант 12

1. Исследуйте линейное уравнение $k^2x - k = 9x - 3$.

2. Исследуйте систему уравнений

$$\begin{cases} ax - (a+1)y = 6, \\ 7ax - 28y = 6(a+4). \end{cases}$$

3. Решите уравнение
$$\frac{5(x+1) - (x+3)}{(2x-1)x} = 1 - \frac{8}{1-2x}.$$

4. Решите уравнение $|x^2 - 9| + |x - 2| = 5$.

5. Не решая уравнения $5x^2 - px + 1 = 0$, найдите значение параметра p , при котором разность корней уравнения равна 1.

6. Найдите, при каких значениях параметра m трехчлен второй степени $(m-1)x^2 + 2mx + 3m - 2$ представляет полный квадрат двучлена.

7. Определите, при каких значениях параметра b уравнение $x^2 - (4b-1)x + 3b(b-1) = 0$ имеет действительные различные корни.

8. Решите неравенство $\left| \frac{x}{x-2} + 3 \right| > 1$.

9. Решите неравенство $\frac{x^2(-x^2+x+6)}{(x-3)^3} \geq 0$ и укажите его наибольшее целое решение.

10. Найдите, при каких значениях параметра c неравенство

$$\frac{x^2 + 8x + 20}{12x^2 + (c-9)x + 3} > 0$$

справедливо для всех действительных значений x .

11. Решите уравнение $\sqrt{16 - \sqrt{x+1}} = 4$.

12. Решите неравенство $\sqrt{x^2 - 1} \geq 0,5x + 0,5$.

13. Найдите действительные числа A и B из равенства

$$\frac{5x - 5}{x^2 + x - 6} = \frac{A}{x - 2} + \frac{B}{x + 3}.$$

14. Сумма первых трех членов геометрической прогрессии в полтора раза больше суммы первых двух ее членов. Найдите знаменатель прогрессии.

15. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 3^x < 1 + 12 \cdot 3^{-x}, \\ 2 \ln \frac{1}{3x - 2} + \ln(5 - 2x) \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 13

1. Исследуйте уравнение с параметром a : $6x = 3(1 - x) - a(1 - ax)$.

2. Исследуйте систему уравнений

$$\begin{cases} x + ay = 1, \\ ax - 3ay = 2a + 3. \end{cases}$$

3. Решите уравнение $\frac{2,5(2x - 4) - 5x}{2x - 4} + \frac{x + 3}{x - 2} = 0$.

4. Решите уравнение $|x - 1| + |x - 3| = 2x$.

5. В уравнении $x^2 - 3ax + a^2 = 0$ найдите значения a , при которых сумма квадратов его корней равна 1,75.

6. Найдите, при каких значениях параметра m трехчлен второй степени $(m - 2)x^2 + 2mx + 5m - 6$ представляет полный квадрат двучлена.

7. Определите, при каких значениях параметра b уравнение $2x^2 - (5b - 2)x + 2b^2 - b = 0$ имеет действительные различные корни.

8. Решите неравенство $\left| \frac{9 - x}{14x} - \frac{1}{7} \right| > 3$.

9. Решите неравенство $\frac{(x-3)^3(x^2+4x+4)(2x-1)}{(3x+3)(x-0,5)} \leq 0$ и укажите его

наименьшее целое решение.

10. Найдите, при каких значениях параметра c неравенство

$$(1-c)x^2 - 3x + c + 4 > 0$$

справедливо для всех действительных значений x .

11. Решите уравнение $\sqrt[3]{5 - \sqrt{x+15}} = 1$.

12. Решите неравенство $\sqrt{4-x^2} > 2x+3$.

13. Найдите действительные числа A и B из равенства

$$\frac{4x+8}{4x^2-1} = \frac{A}{2x-1} + \frac{B}{2x+1}.$$

14. Числа $1, a, b$ образуют геометрическую прогрессию, а числа $1, \frac{1}{a}, -\frac{8}{b}$ – арифметическую. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

15. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \frac{x-2\sqrt{x}-8}{2^x-4} \geq 0, \\ \frac{\log_2 x-5}{1-2\log_x 2} \geq 2\log_2 x. \end{cases}$$

Вариант 14

1. Исследуйте уравнение с параметром a : $3(x+1) - a = ax$.

2. Исследуйте систему уравнений

$$\begin{cases} (a+1)x - y = a + 2, \\ x + (a-1)y = 2. \end{cases}$$

3. Решите уравнение $\frac{2+x}{4x-8} - \frac{2x-5}{2-x} = 0$.

4. Решите уравнение $|x^2 - 4x + 3| + |x^2 - 5x + 6| = 1$.

5. Найдите, при каком положительном значении k один корень уравнения $x^2 - 5x + k^2 + 3 = 0$ втрое меньше другого.

6. Найдите, при каких значениях параметра m трехчлен второй степени $(8 - m)x^2 - 2mx + 3m$ представляет полный квадрат двучлена.

7. Определите, при каких значениях параметра b уравнение $x^2 - 3bx + 2b^2 + b - 1 = 0$ имеет действительные различные корни.

8. Решите неравенство $\left| \frac{3x - 4}{x + 2} - 3 \right| < 5$.

9. Найдите наименьшее целое число из области определения функции $y(x) = \sqrt{\frac{(x + 5)(x^2 - 7x + 12)}{x^2 - 2x - 3}}$.

10. Найдите, при каких значениях параметра c неравенство

$$(c - 2)x^2 + 2(2c - 3)x + 5c - 6 > 0$$

справедливо для всех действительных значений x .

11. Решите уравнение $\frac{x + 3}{\sqrt{x - 1}} = \sqrt{3x + 1}$.

12. Решите неравенство $\sqrt{4 + x} - 4 < \sqrt{x + 6}$.

13. Найдите действительные числа A и B из равенства

$$\frac{5x - 5}{2x^2 - 7x + 3} = \frac{A}{2x - 1} + \frac{B}{x - 3}.$$

14. Найдите четвертый член бесконечной убывающей геометрической прогрессии, если ее первый член равен $1/8$, а сумма равна $1/2$.

15. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \frac{2x^2 - 11x + 15}{2^x - 6} < 0, \\ \frac{1}{2} \log_{\operatorname{tg} \frac{\pi}{12}} x^2 \geq \log_{\operatorname{tg} \frac{\pi}{12}} \sqrt{2x + 3}. \end{cases}$$

Вариант 15

1. Исследуйте уравнение с параметром d : $d(x-1) + 6 = 3(x+1)$.

2. Исследуйте систему уравнений

$$\begin{cases} (a+1)x - 3y = 4, \\ 2x - ay - 3 = 0. \end{cases}$$

3. Решите уравнение $\frac{1+x}{x-1} + \frac{5-11x}{3x-3} = 5$.

4. Решите уравнение $|3x-5| = |5-2x| + x$.

5. Не решая уравнения $x^2 - (2k+1)x + k^2 + 2 = 0$, найдите значения параметра k , при которых один корень уравнения в два раза больше другого.

6. Найдите, при каких значениях параметра m трехчлен второй степени $(3-m)x^2 + 2mx + 3(m-1)$ представляет полный квадрат двучлена.

7. Определите, при каких значениях параметра b уравнение $2x^2 - (3b+4)x + b^2 + 2b = 0$ имеет действительные различные корни.

8. Решите неравенство $\left| \frac{2x}{3-x} + 1 \right| < 2$.

9. Найдите наименьшее целое число из области определения функции $f(x) = \sqrt{\frac{(x+7)(x^2-7x+10)}{x^2+x-6}}$.

10. Найдите, при каких значениях параметра c неравенство

$$x^2 - (8c-2)x + 15c^2 - 2c > 7$$

справедливо для всех действительных значений x .

11. Решите уравнение $\sqrt{11x-2} + 3\sqrt{x} = 6$.

12. Решите неравенство $\sqrt{x^2-4x} > 3x-1$.

13. Найдите действительные числа A и B из равенства

$$\frac{14+7x}{(3x+2)(4-x)} = \frac{A}{3x+2} - \frac{B}{x-4}.$$

14. Во сколько рядов можно расположить 55 шаров, если в первом ряду расположить один шар, во втором – два, в третьем – три и т. д.?

15. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_1(2x^2-3x+1)} < 1, \\ 2 + \frac{\log_2^2 x}{1 + \log_2 x} > \log_2 x. \end{cases}$$

Вариант 16

- Исследуйте линейное уравнение $nx^2 - 15 = n(5 - 3x)$.
- Исследуйте систему уравнений

$$\begin{cases} 16x + ay = 4, \\ ax + 9y = 3. \end{cases}$$

3. Решите уравнение $\frac{2x-3}{2x-1} - \frac{4}{2-4x} = \frac{3}{2}$.

4. Решите уравнение $|x| - |x-2| = 2|x+1|$.

5. Определите, при каких значениях параметра p отношение корней уравнения $x^2 + px + 16 = 0$ равно 4.

6. Найдите, при каких значениях параметра m трехчлен второй степени $mx^2 + (3m-1)x + 1$ представляет полный квадрат двучлена.

7. Определите, при каких значениях параметра b уравнение $x^2 - (4b+1)x + 3b(1+b) = 0$ имеет действительные различные корни.

8. Решите неравенство $\left|\frac{x}{5-x} + 1\right| > 2$.

9. Решите неравенство $\frac{4(x-1)^4(2x+5)^3}{(3-x)^5 x} \leq 0$ и найдите его наименьшее целое решение.

10. Найдите, при каких значениях параметра c неравенство

$$(c+1)x^2 - 2(c-1)x + 3(c-1) < 0$$

справедливо для всех действительных значений x .

11. Решите уравнение $\sqrt{x-9} + \sqrt{x} = \frac{36}{\sqrt{x-9}}$.

12. Решите неравенство $x - 2 < \sqrt{4 + 2x - x^2}$.

13. Найдите действительные числа A и B из равенства

$$\frac{4-x}{x-x^2} = \frac{A}{x} - \frac{B}{x-1}.$$

14. Найдите наименьшее из трех положительных чисел, образующих геометрическую прогрессию, если их сумма равна 42, а сумма обратных им чисел равна $21/32$.

15. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 6 \cdot 3^x + 9 \cdot 3^{-x} \leq 29, \\ \log_{2x} 0,125 \cdot \log_2 8x + 9 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 17

1. Исследуйте уравнение с параметром p :

$$10p + 5(3x - 4) = 3(px + 10).$$

2. Исследуйте систему уравнений

$$\begin{cases} -4x + ay = 1 + a, \\ ((6 + a)x + 2y = 3 + a. \end{cases}$$

3. Решите уравнение $\frac{7}{x-1} + \frac{1}{3x} = \frac{6x+1}{x^2-x}$.

4. Решите уравнение $|x-1| + |x-3| = 6x$.

5. Найдите значения параметра k , при которых один корень уравнения $2x^2 + (3k-1)x - 3 = 0$ больше другого на 2,5.

6. Найдите, при каких значениях параметра m трехчлен второй степени $(m-2)x^2 - 2mx + 3m$ представляет полный квадрат двучлена.

7. Определите, при каких значениях параметра b уравнение $2x^2 - (5b-1)x + 2(b^2-b) = 0$ имеет действительные различные корни.

8. Решите неравенство $\left| \frac{x-2}{x+1} + \frac{1}{3} \right| < 3$.

9. Решите неравенство $\frac{(x-2)^2(x^2+2x+3)}{x^2+x-12} \geq 0$ и укажите наибольшее целое отрицательное решение.

10. Найдите, при каких значениях параметра c неравенство

$$cx^2 - 7x + 4c < 0$$

справедливо для всех действительных значений x .

11. Решите уравнение $\frac{1}{x + \sqrt{1+x^2}} + \frac{1}{x - \sqrt{1+x^2}} = x - 3$.

12. Решите неравенство $\sqrt{2x+3} < 1 - \sqrt{x+2}$.

13. Найдите действительные числа A и B из равенства

$$\frac{2x+10}{x^2+4x+3} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+3}.$$

14. Найдите произведение первых семи членов геометрической прогрессии, если ее четвертый член равен $1/2$.

15. Решите систему неравенств $\begin{cases} \log_{2-x} \frac{(x-2)^6}{x+1} \geq 6, \\ \frac{x^2+7x+9}{x+2} + \frac{x^2+2}{x} \leq 2x+5. \end{cases}$

Вариант 18

1. Исследуйте линейное уравнение $2k^2x + 5 = k(5 + 2x)$.

2. Исследуйте систему уравнений

$$\begin{cases} x + ay = 1, \\ x - 3ay = 2a + 3. \end{cases}$$

3. Решите уравнение $\frac{3(x-2)}{2x-1} - \frac{4x+7}{2-4x} = 1$.

4. Решите уравнение $|x-1| - |x-3| = 2x$.

5. Найдите, при каком положительном значении параметра k один из корней уравнения $8x^2 - 6x + 9k^2 = 0$ равен квадрату другого корня.

6. Найдите, при каких значениях параметра m трехчлен второй степени $\left(\frac{m^2}{2} + 3m - \frac{7}{2}\right)x^2 - (m-1)x + 1$ представляет полный квадрат двучлена.

7. Определите, при каких значениях параметра b уравнение $x^2 - (b+1)x + 2b(1-b) = 0$ имеет действительные различные корни.

8. Решите неравенство $\left|\frac{4x}{2-x} - 1\right| > 6$.

9. Решите неравенство $\frac{(5+x)^3(25-10x+x^2)x^6}{9(x-2)^5} \geq 0$ и укажите его наибольшее отрицательное решение.

10. Найдите, при каких значениях параметра c неравенство

$$\frac{cx}{x^2 + 4} < 1,5$$

справедливо для всех действительных значений x .

11. Решите уравнение $\frac{1}{1-\sqrt{1-x}} - \frac{1}{1+\sqrt{1-x}} = \frac{\sqrt{3}}{x}$.

12. Решите неравенство $\sqrt{1-4x^2} > 3x-1$.

13. Найдите действительные числа A и B из равенства

$$\frac{5x+3}{x^2+x} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x}$$

14. Найдите знаменатель геометрической прогрессии, если сумма второго, третьего и четвертого членов в $7/3$ раза больше суммы ее второго и третьего членов.

15. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \frac{320-4^{-x}}{64-2^{-x}} \geq 5, \\ \log_{0,25x^2} \left(\frac{x+6}{4}\right) \leq 1. \end{cases}$$

Вариант 19

1. Исследуйте линейное уравнение $2c(2x+3) - 8x = 3c^2$.
2. Исследуйте систему уравнений

$$\begin{cases} 3x + (a-1)y = a+1, \\ (a+1)x + y = 3. \end{cases}$$

3. Решите уравнение $\frac{7}{x} = \frac{3}{x+1} + \frac{15}{5x^2+5x}$.
4. Решите уравнение $|x| + |7-x| + 2|x-2| = 4$.
5. В уравнении $6x^2 - (2k-3)x - 1 = 0$ найдите значения параметра k , при которых его корни удовлетворяют условию $x_1 + 6x_2 = 0$.
6. Найдите, при каких значениях параметра m трехчлен второй степени $x^2 - 4mx + 3m^2 + 9$ представляет полный квадрат двучлена.
7. Определите, при каких значениях параметра b уравнение $x^2 - (b+3)x + 2(b+1) = 0$ имеет действительные различные корни.
8. Решите неравенство $\left| \frac{x+2}{2x-3} - \frac{1}{2} \right| < 1$.
9. Решите неравенство $\frac{(16-8x+x^2)(2x-1)^3}{-x^2+3x+18} \leq 0$ и укажите его наименьшее отрицательное целое решение.
10. Найдите, при каких значениях параметра c неравенство

$$(5-c)x^2 - 2(1-c)x + 2(1-c) < 0$$

справедливо для всех действительных значений x .

11. Решите уравнение $\sqrt{1+x\sqrt{x^2+24}} = x+1$.
12. Решите неравенство $5x-3 < \sqrt{9-4x^2}$.
13. Найдите действительные числа A и B из равенства

$$\frac{4x-1}{x^2+x-2} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-1}.$$

14. Найдите длины сторон прямоугольного треугольника, если они образуют арифметическую прогрессию, а периметр треугольника равен 18.

15. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \log_{3-x} \frac{(x-3)^4}{x} \geq 4, \\ \frac{x^2 - 12x + 10}{x-1} + \frac{x^2 - 5x + 5}{x-5} \leq 2x - 11. \end{cases}$$

Вариант 20

1. Исследуйте линейное уравнение $2(b^2x + 1) + 26 = b(7 + 8x)$.
2. Исследуйте систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + (9a^2 - 2)y = 3a, \\ x + y = 1. \end{cases}$$

3. Решите уравнение $\frac{5}{3-2x} - \frac{21}{(2x-3)x} = \frac{7}{x}$.

4. Решите уравнение $|x-1| + |x-2| + |x-3| = 2$.

5. Найдите, при каких значениях параметра k квадрат разности корней уравнения $x^2 - kx + 15 = 0$ будет равен 4.

6. Найдите, при каких значениях параметра m трехчлен второй степени $x^2 + 4mx + m^2 + 75$ представляет полный квадрат двучлена.

7. Определите, при каких значениях параметра b уравнение $x^2 - 4bx + b^2 + 1 = 0$ имеет действительные различные корни.

8. Решите неравенство $\left| \frac{5x-8}{6+2x} - 1 \right| > 10$.

9. Решите неравенство $\frac{(3x+1)^3(9-6x+x^2)}{-x^2-x+20} \leq 0$ и укажите его наименьшее отрицательное целое решение.

10. Найдите, при каких значениях параметра c неравенство

$$(c+2)x^2 - 2cx - c + 3 > 0$$

справедливо для всех действительных значений x .

11. Решите уравнение $1 + \sqrt{1 + x\sqrt{x^2 - 24}} = x$.

12. Решите неравенство $\sqrt{x^2 - 9x + 20} < \sqrt{x^2 - 16}$.

13. Найдите действительные числа A и B из равенства

$$\frac{6x - 14}{(x - 4)(x + 1)} = \frac{A}{x - 4} + \frac{B}{x + 1}.$$

14. Найдите четвертый член бесконечной убывающей геометрической прогрессии, если сумма ее членов равна $9/4$, а сумма первых трех членов равна $7/3$.

15. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 2^{2x} + 12 \cdot 4^{-x} \leq 13, \\ \log_{5x} 0,125x \cdot \log_{25x} 5 + \frac{3}{4} \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 21

1. Исследуйте линейное уравнение $3(b^2x + 1) + 18 = b(7 + 9x)$.

2. Исследуйте систему линейных уравнений

$$\begin{cases} 3x + (m - 1)y = m, \\ (m + 1)x + y = 2. \end{cases}$$

3. Решите уравнение $\frac{6x}{x - 2} = \frac{1}{2x} + \frac{5x + 2}{x - 2}$.

4. Решите уравнение $|7x - 12| - |7x - 11| = 1$.

5. Не находя корней x_1 и x_2 уравнения $5x^2 - 3x - 10 = 0$, вычислите $1/x_1$ и $1/x_2$.

6. Найдите, при каких значениях параметра m трехчлен второй степени $\left(m + \frac{2}{3}\right)x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{m}{3}$ представляет полный квадрат двучлена.

7. Определите, при каких значениях параметра b уравнение $x^2 - (3b + 1)x + b(2b + 1) = 0$ имеет действительные различные корни.

8. Решите неравенство $\left|2 - \frac{3x+1}{x-2}\right| < 1$.

9. Найдите наибольшее целое отрицательное число из области определения функции $f(x) = \sqrt{\frac{x^2(x-2)}{4+4x-3x^2}}$.

10. Найдите значения параметра c , при которых неравенство

$$\frac{x^2 - cx + 2}{x^2 + 1} \leq 2$$

верно для всех действительных значений x .

11. Решите уравнение $\frac{1}{\sqrt{x+1}-1} - \frac{1}{\sqrt{x+1}+1} = \frac{x^2}{4}$.

12. Решите неравенство $\sqrt{x^2 + 3x - 10} < x$.

13. Найдите действительные числа A и B из равенства

$$\frac{6-4x}{1-4x^2} = \frac{A}{1-2x} + \frac{B}{1+2x}.$$

14. Найдите наименьшее из трех положительных чисел, образующих геометрическую прогрессию, если их сумма равна 39, а сумма обратных им чисел равна $13/27$.

15. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 4^x - 29 \cdot 2^x + 168 \leq 0, \\ \frac{x^4 - 5x^3 + 3x - 25}{x^2 - 5x} \geq x^2 - \frac{1}{x-4} + \frac{5}{x}. \end{cases}$$

Вариант 22

1. Исследуйте линейное уравнение $c(3x - 6) + 6x = 3c^2$.

2. Исследуйте систему линейных уравнений

$$\begin{cases} x - ay = 1, \\ (2 + 4a)x - 2y = 4. \end{cases}$$

3. Решите уравнение $\frac{15x-7}{3x+4} = \frac{30x-41}{9x+12}$.

4. Решите уравнение $|x+1| - |2x-1| = 3x+1$.

5. Не решая уравнения $2x^2 - 5x - 4 = 0$, вычислите сумму квадратов его корней.

6. Найдите, при каких значениях параметра m трехчлен второй степени $(m+3)x^2 - 2mx + 4$ представляет полный квадрат двучлена.

7. Определите, при каких значениях параметра b уравнение $x^2 - (2b-1)x - b(3b-1) = 0$ имеет действительные различные корни.

8. Решите неравенство $\left| \frac{2x-1}{3-x} - 1 \right| > 2$.

9. Решите неравенство

$$\frac{(x-4)^3(x^2+10x+25)(2x-2)}{(3x+6)(x-1)} \leq 0$$

и укажите его наименьшее целое решение.

10. Найдите значения параметра c , при которых неравенство

$$(c+2)x^2 + 3cx + 4(c+2) < 0$$

верно для всех действительных значений x .

11. Решите уравнение $\sqrt[3]{x+7} - \sqrt{x+3} = 0$.

12. Решите неравенство $(x-3)\sqrt{x^2+4} \leq x^2-9$.

13. Найдите действительные числа A и B из равенства

$$\frac{4x+10}{x^2+6x+8} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+4}$$

14. Найдите стороны прямоугольного треугольника, которые образуют арифметическую прогрессию. Периметр треугольника равен 24.

15. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 9 \cdot 3^x + 18 \cdot 3^{-x} \leq 57, \\ \log_{0,125} 2x \cdot \log_{8x} 2 + \frac{1}{9} \leq 0. \end{cases}$$

Вариант 23

1. Исследуйте линейное уравнение $5m^2x + 3 = m(15 + x)$.
2. Исследуйте систему линейных уравнений

$$\begin{cases} 4bx + (4 - 5b)y = 10, \\ 2bx + 7y = 5. \end{cases}$$

3. Решите уравнение $\frac{x}{5 - 3x} + \frac{25}{9x(3x - 5)} = \frac{1}{x}$.

4. Решите уравнение $|x - 1| = |x^2 - 5x + 9|$.

5. Не решая уравнения $3x^2 - 6x + 2 = 0$, вычислите сумму кубов его корней.

6. Найдите, при каких значениях параметра m трехчлен второй степени $(3 - 4m)x^2 + 3(m - 1)x - 2(m - 1)$ представляет полный квадрат двучлена.

7. Определите, при каких значениях параметра b уравнение $6x^2 - (b + 3)x + 2b(1 - b) = 0$ имеет действительные различные корни.

8. Решите неравенство $\left| 3 + \frac{5 - x}{2x + 3} \right| \leq 3$.

9. Найдите наименьшее целое число из области определения функции $f(x) = \sqrt{\frac{(x + 10)(x^2 - 2x)}{x^2 + 3x}}$.

10. Найдите значения параметра c , при которых неравенство

$$\frac{2x^2 + cx + 3}{x^2 + 2} \geq 1$$

верно для всех действительных значений x .

11. Решите уравнение $\frac{x}{x + 1} - 2\sqrt{\frac{x + 1}{x}} = 3$.

12. Решите неравенство $(x - 2)\sqrt{x^2 + 1} \leq x^2 - 4$.

13. Найдите действительные числа A и B из равенства

$$\frac{-4x-5}{x^2+x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1}.$$

14. В геометрической прогрессии первый член равен 9, второй равен 27, а последний -3^α . Найдите число членов этой прогрессии.

15. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \log_{6-x} \frac{(x-6)^{12}}{x+5} \geq 12, \\ \frac{x^2-8x+11}{x-6} + \frac{x^2-9x+2}{x-9} \leq 2x-2. \end{cases}$$

Вариант 24

1. Исследуйте линейное уравнение $10p + 7(5px - 2) = 5p^2x + 56$.

2. Исследуйте систему линейных уравнений

$$\begin{cases} cx - 2y + 2 = 0, \\ 3x - (c+1)y + 3 = 0. \end{cases}$$

3. Решите уравнение $\frac{x^2+12}{3x-9} = 5 - \frac{7}{3-x}$.

4. Решите уравнение $|2x-2| = |x^2-3x+4|$.

5. Не решая уравнения $2x^2 + kx + 4 = 0$, найдите значения параметра k , если сумма квадратов корней уравнения равна 5.

6. Найдите, при каких значениях параметра m трехчлен второй степени $x^2 - (2m+1)x + 3m(1-m)$ представляет полный квадрат двучлена.

7. Определите, при каких значениях параметра b уравнение $10x^2 - (5-4b)x + 3b(1-2b)$ имеет действительные различные корни.

8. Решите неравенство $\left| \frac{x-4}{3-5x} + 1 \right| \geq 4$.

9. Решите неравенство $\frac{5(x^2 + 8x + 16)(3x - 7)^3}{(2 - x)^5 x} \leq 0$ и укажите его

наименьшее целое решение.

10. Найдите значения параметра c , при которых неравенство

$$(c - 5)x^2 + 2cx - (5 - c) < 0$$

верно для всех действительных значений x .

11. Решите уравнение $\sqrt[3]{9 - \sqrt{x + 1}} + \sqrt[3]{7 + \sqrt{x + 1}} = 4$.

12. Решите неравенство $\frac{(\sqrt{x} - 5)(\sqrt{x} + 4)}{(\sqrt{x} + 3)} > 0$.

13. Найдите действительные числа A и B из равенства

$$\frac{16 - 7x}{5x - x^2 - 4} = \frac{A}{1 - x} + \frac{B}{x - 4}.$$

14. Сумма первых восьми членов арифметической прогрессии равна 20. Найдите ее восьмой член, если первый ее член равен -2 .

15. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 3 \cdot 4^x + 16 \cdot 4^{-x} \leq 19, \\ \log_{5x} 0,04 \cdot \log_5 125x + 6 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 25

1. Исследуйте линейное уравнение $3d^2x - 8 = d(4 - 6x)$.

2. Исследуйте систему линейных уравнений

$$\begin{cases} (a - 3)x + 2y = 1, \\ 50x - (3 - a)y = 5. \end{cases}$$

3. Решите уравнение $\frac{6}{3x - 5} + 3 = \frac{10}{3x^2 - 5x}$.

4. Решите уравнение $|x - 2| - 3|3 - x| = x + 1$.

5. Найдите, при каких значениях параметра k один корень уравнения $x^2 - 2kx + (k + 1) = 0$ в три раза больше другого.

6. Найдите, при каких значениях параметра m трехчлен второй степени $(m-1)x^2 - (5m-2)x + 15$ представляет полный квадрат двучлена.

7. Определите, при каких значениях параметра b уравнение $6x^2 - (7b-3)x + 2b(b-1) = 0$ имеет действительные различные корни.

8. Решите неравенство $\left|1 - \frac{3x-2}{5-x}\right| \leq 2$.

9. Найдите наименьшее положительное число из области определения функции $f(x) = \sqrt{\frac{(2x+5)(x^2-5x-14)}{(x^2+3x+2)}}$.

10. Найдите значения параметра c , при которых неравенство

$$\frac{2x^2 - cx + 4}{2x^2 + 1} \geq 1$$

верно для всех действительных значений x .

11. Решите уравнение $\sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{x+2} + \sqrt[3]{x+3} = 0$.

12. Решите неравенство $4 - 2x \geq \sqrt{4 - 2x}$.

13. Найдите действительные числа A и B из равенства

$$\frac{2x+1}{x^2-3x+2} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x-1}.$$

14. Найдите четвертый член бесконечной убывающей геометрической прогрессии, если сумма ее членов равна $27/2$, а сумма первых трех ее членов равна 13.

15. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \log_{8-x} \frac{(x-8)^{10}}{x-1} \geq 10, \\ \frac{x^2-9x+15}{x-2} + \frac{x^2-7x+4}{x-7} \leq 2x-7. \end{cases}$$

Вариант 26

1. Исследуйте линейное уравнение $m^2(x - \frac{2}{m}) + 9 = 3(mx + 1)$.

2. Исследуйте систему линейных уравнений

$$\begin{cases} x + \frac{n}{2}y = 1, \\ (n-1)x + ny = 2n-1. \end{cases}$$

3. Решите уравнение $\frac{7-x}{2x-6} - 4 = \frac{2}{x-3}$.

4. Решите уравнение $|3x-1| - |x+1| = 2x$.

5. Найдите значение параметра k , при котором корни x_1 и x_2 уравнения $2x^2 + 5x + k = 0$ удовлетворяют условию

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{5}{2}.$$

6. Найдите, при каких значениях параметра m трехчлен второй степени $(m+1)x^2 - (2m+7)x + 10$ представляет полный квадрат двучлена.

7. Определите, при каких значениях параметра b уравнение $2x^2 - (3-7b)x - 3b(3-b) = 0$ имеет действительные различные корни.

8. Решите неравенство $\left|4 + \frac{2-x}{3x+4}\right| \geq 3$.

9. Найдите наименьшее положительное число из области определения функции $f(x) = \sqrt{\frac{1-2x+x^2}{3x^2-15x-42}}$.

10. Найдите значения параметра c , при которых неравенство

$$(c+1)x^2 + 2(2c-3)x + 4c-3 > 0$$

верно для всех действительных значений x .

11. Решите уравнение $\sqrt[3]{x+2} + \sqrt[3]{x+3} + \sqrt[3]{x+4} = 0$.

12. Решите неравенство $\sqrt[3]{x + \frac{1}{x}} > \sqrt[4]{-2x}$.

13. Найдите действительные числа A и B из равенства

$$\frac{4x-5}{3+5x-2x^2} = \frac{A}{3-x} + \frac{B}{2x+1}.$$

14. Сумма первых пяти членов арифметической прогрессии равна -10 . Найдите первый член прогрессии, если ее пятый член равен $1/2$.

15. Решите систему неравенств $\begin{cases} 16^x - 21 \cdot 4^x + 68 \leq 0, \\ \frac{2x^3 - 4x^2 + 4x - 6}{x^2 - 2x} \geq 2x + \frac{2}{x-3} + \frac{3}{x}. \end{cases}$

Вариант 27

1. Исследуйте линейное уравнение $6x = 2(1+x) - a(1-ax)$.

2. Исследуйте систему линейных уравнений

$$\begin{cases} (k-5)x - 3y - 1 = 0, \\ 3x + (k+5)y + 3 = 0. \end{cases}$$

3. Решите уравнение $5 - \frac{4}{3-4x} = \frac{3}{4x^2-3x}$.

4. Решите уравнение $|x| - |x-2| = 2 - 4x$.

5. Найдите значения параметра k , при которых сумма квадратов корней уравнения $2x^2 + 4x - k^2 = 0$ равна 20 .

6. Найдите, при каких значениях параметра m трехчлен второй степени $(2m+1)x^2 - (6m+4)x + 3$ является полным квадратом двучлена.

7. Определите, при каких значениях параметра b уравнение $3x^2 - (2+5b)x + 2b(2-b) = 0$ имеет действительные различные корни.

8. Решите неравенство $\left| 3 - \frac{3-2x}{5-3x} \right| < 4$.

9. Найдите наибольшее отрицательное число из области определения функции $f(x) = \sqrt{\frac{(3+x)^3(4-4x+x^2)x^4}{3(x-1)^3}}$.

10. Найдите значения параметра c , при которых неравенство

$$\frac{x^2 + 2cx + 3}{2x^2 + 4} \leq 1$$

верно для всех действительных значений x .

11. Решите уравнение $\sqrt{2x^2 - 3x + 1} = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$.

12. Решите неравенство $x + 1 > \sqrt{5 - x}$.

13. Найдите действительные числа A и B из равенства

$$\frac{2x - 14}{x^2 + x - 6} = \frac{A}{x + 3} + \frac{B}{x - 2}.$$

14. Определите количество членов геометрической прогрессии, если знаменатель ее равен 2, последний член равен 96, а сумма всех ее членов равна 189.

15. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 4^{x+1} + 3 \cdot 4^{2-x} \leq 52, \\ \log_{0,01} 10x \cdot \log_{100x} 10 + \frac{1}{4} \leq 0. \end{cases}$$

Вариант 28

1. Исследуйте линейное уравнение $9(x+1) - b = b^2x + 6$.

2. Исследуйте систему линейных уравнений

$$\begin{cases} 28x - 7dy = d + 4, \\ (d+1)x - dy = 1. \end{cases}$$

3. Решите уравнение $\frac{16 - 2x}{x + 5} - \frac{24 - 3x}{1,5x + 7,5} = 0$.

4. Решите уравнение $|x - 1| - |2 - x| = 3x$.

5. Найдите значения параметра k , при которых один из корней уравнения $2x^2 - (5k + 1)x - 12 = 0$ больше другого на 5.

6. Найдите, при каких значениях параметра m трехчлен второй степени $(m-3)x^2 - (3m-7)x + 6$ является полным квадратом двучлена.

7. Определите, при каких значениях параметра b уравнение $x^2 + 3(b+1)x - 4b(b-3) = 0$ имеет действительные различные корни.

8. Решите неравенство $\left| \frac{2-5x}{3-4x} - 2 \right| < 5$.

9. Найдите наименьшее число из области определения функции

$$f(x) = \sqrt{\frac{(x^2 + 10x + 25)(x-3)^3}{x^2 + 3x - 4}}.$$

10. Найдите значения параметра c , при которых неравенство

$$x^2 - (c-3)x > \frac{27}{4(c-3)}$$

верно для всех действительных значений x .

11. Решите уравнение $\sqrt{3x^2 - 4x - 2} = \sqrt{2x^2 - 2x + 1}$.

12. Решите неравенство $\sqrt{\frac{x-8}{x-1}} > 1$.

13. Найдите действительные числа A и B из равенства

$$\frac{3x+16}{6+x-x^2} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{3-x}.$$

14. Сумма первых пяти членов арифметической прогрессии равна 10. Найдите разность прогрессии, если ее первый член равен -1 .

16. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 9^x - 31 \cdot 3^x + 108 \leq 0, \\ \frac{2x^3 - 8x^2 + 4x - 12}{x^2 - 4x} \leq 2x - \frac{1}{x-2} + \frac{3}{x}. \end{cases}$$

Вариант 29

1. Исследуйте линейное уравнение $2(n^2x - 3) - n = 2(1 + nx) - 7$.

2. Исследуйте систему линейных уравнений

$$\begin{cases} 3mx - my = 2m + 3, \\ mx + y + 1 = 0. \end{cases}$$

3. Решите уравнение $\frac{2+x}{x-3} + \frac{6-12x}{6x-18} = 2$.

4. Решите уравнение $|x-2| - 3|3-x| = x$.

5. Найдите значения параметра k , при которых квадрат разности корней уравнения $3x^2 + kx - 9 = 0$ равен 16.

6. Найдите, при каких значениях параметра m трехчлен второй степени $(m-2)x^2 - (m+1)x + 3$ является полным квадратом двучлена.

7. Определите, при каких значениях параметра b уравнение $x^2 + (b-2)x - 2b(b+2) = 0$ имеет действительные различные корни.

8. Решите неравенство $\left| 2 - \frac{1-x}{2x+1} \right| \leq 1$.

9. Найдите наибольшее целое отрицательное число из области

определения функции $f(x) = \sqrt{\frac{3(x-1)^3(x^2-4x+4)x}{x^2-2x-3}}$.

10. Найдите значения параметра c , при которых неравенство

$$\frac{x^2 + 2cx + 3}{x^2 + 1} \leq 3$$

верно для всех действительных значений x .

11. Решите уравнение $\sqrt{3x^2 - 2x - 2} = \sqrt{4x^2 - 5x}$.

12. Решите неравенство $\sqrt[4]{x} + \frac{3}{\sqrt[4]{x}} < 4$.

13. Найдите действительные числа A и B из равенства

$$\frac{x-22}{x^2+x-20} = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{x+5}.$$

14. В геометрической прогрессии первый член равен 0,04; второй равен 0,2 и последний 5^α . Найдите число членов этой прогрессии.

15. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \log_{6-x} \frac{(x-6)^2}{x-2} \geq 2, \\ \frac{x^2 - x - 14}{x-4} + \frac{x^2 - 8x + 3}{x-8} \leq 2x + 3. \end{cases}$$

Вариант 30

1. Исследуйте линейное уравнение $3k(kx+1) = k(9-x) + 2$.

2. Исследуйте систему линейных уравнений

$$\begin{cases} (n-3)x - 5y + 4 = 0, \\ x + (n+3)y = n + 2. \end{cases}$$

3. Решите уравнение $\frac{2(5x-4)}{3x-2} - \frac{31x-26}{12x-8} = \frac{3}{4}$.

4. Решите уравнение $|3x-8| - |3x-2| = 6x$.

5. Найдите, при каких значениях параметра k корни x_1 и x_2 уравнения $2x^2 - (3k+1)x - 25 = 0$ удовлетворяют условию $x_1 + 2x_2 = 0$.

6. Найдите, при каких значениях параметра m трехчлен второй степени $(3m-1)x^2 - (9m-1)x + 6$ является полным квадратом двучлена.

7. Определите, при каких значениях параметра b уравнение $x^2 - (1-2b)x - 3b^2 - 3b = 0$ имеет действительные различные корни.

8. Решите неравенство $\left| \frac{5-2x}{x+3} - 3 \right| \geq 5$.

9. Найдите наибольшее целое отрицательное число из области определения функции $f(x) = \sqrt{\frac{(x^2 - 10x + 25)(x + 3)}{5x - x^2 - 6}}$.

10. Найдите значения параметра c , при которых неравенство

$$x^2 - 2cx > \frac{64}{c}$$

верно для всех действительных значений x .

11. Решите уравнение $\sqrt{3x^2 - 2x + 15} + \sqrt{3x^2 - 2x + 8} = 7$.

12. Решите неравенство $\sqrt[4]{-3x} < \sqrt{\frac{x^2 + x}{x}}$.

13. Найдите действительные числа A и B из равенства

$$\frac{9x+1}{1-9x^2} = \frac{A}{1-3x} + \frac{B}{1+3x}.$$

14. Сумма первых десяти членов арифметической прогрессии равна 40, ее первый член равен -2 . Найдите разность этой прогрессии.

15. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 2 \cdot 3^{x+2} + 27 \cdot 3^{-x} \leq 87, \\ \log_{3x} \frac{1}{27} \cdot \log_3 27x + 9 \geq 0. \end{cases}$$

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	3
Задания теоретического характера	4
Вариант 1	5
Вариант 2	6
Вариант 3	7
Вариант 4	9
Вариант 5	10
Вариант 6	11
Вариант 7	13
Вариант 8	14
Вариант 9	15
Вариант 10	16
Вариант 11	18
Вариант 12	19
Вариант 13	20
Вариант 14	21
Вариант 15	23
Вариант 16	24
Вариант 17	25
Вариант 18	26
Вариант 19	28
Вариант 20	29
Вариант 21	30
Вариант 22	31
Вариант 23	33
Вариант 24	34
Вариант 25	35
Вариант 26	37
Вариант 27	38
Вариант 28	39
Вариант 29	41
Вариант 30	42